

**Titre:** Modélisation et simulation de composite à renfort fabriqué par broderie  
Title: broderie

**Auteur:** Yohan Gendreau  
Author:

**Date:** 2019

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Gendreau, Y. (2019). Modélisation et simulation de composite à renfort fabriqué par broderie [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/3830/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/3830/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Louis Laberge Lebel  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION ET SIMULATION DE COMPOSITE À RENFORT FABRIQUÉ PAR  
BRODERIE

YOHAN GENDREAU

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

FÉVRIER 2019

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION ET SIMULATION DE COMPOSITE À RENFORT FABRIQUÉ PAR  
BRODERIE

présenté par : GENDREAU Yohan

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. TERRIAULT Daniel, Ph. D., président

M. LABERGE LEBEL Louis, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. LÉVESQUE Martin, Ph. D., membre

## DÉDICACE

*À mes parents Daniel et Murielle*

## REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier le Pr. Louis Laberge Lebel pour cette opportunité d'apprentissage, ses conseils précieux et le temps qu'il m'a consacré. Le support et la confiance qu'il m'a accordés tout au long de mes travaux m'ont permis de sortir de ma zone de confort et de traverser les moments difficiles. Il a su me guider afin de me permettre de me développer autant sur le plan personnel que scientifique.

J'aimerais remercier mes collègues du laboratoire de Structure de Fibres et Composites Avancés (LabSFCA) pour leur appui et leurs conseils. Un remerciement plus particulier à Marc-Antoine Mailloux-Labrousse et Boris Burgarella pour leur aide en matière de modélisation et de simulation.

J'aimerais remercier les partenaires du projet ; Mawashi science et technologie, Matcomp, le Centre de Développement des Composites du Québec (CDCQ) et le Groupe CTT pour le temps et les ressources qu'ils ont consacrés tout au long de mes travaux. Un remerciement particulier à Marie-Claude Bélanger pour son appui tout au long de mes travaux.

J'aimerais remercier le Laboratoire de Mécanique Multi-échelle (LM2) pour leur temps et le partage de leur savoir ainsi que leur équipement de laboratoire qui m'a permis de caractériser mes échantillons.

## RÉSUMÉ

La broderie technique est une méthode de fabrication récente permettant de concevoir des préformes à géométries complexes et aux propriétés orientées. Cependant, puisque cette technologie utilise la couture comme méthode de fixation des fibres, une distorsion est induite dans leur parcours. Les propriétés mécaniques du composite conçu à l'aide de telles préformes se retrouvent donc influencées par différents paramètres de fabrication liés à la couture tels que le diamètre du fil de couture et le pas et l'espacement de la couture.

Quelques travaux ont été faits sur la simulation de pièces fabriquées par broderie technique. Des approches de simulation par éléments finis avec pénalisation et de compensation de la courbure ont été utilisées afin d'obtenir les propriétés mécaniques équivalentes [1-3]. Cependant, les méthodes proposées dans ces travaux requièrent un grand nombre de caractérisations ou négligent plusieurs effets comme l'ondulation du renfort dans le plan ou le fil de couture.

L'objectif principal de ce mémoire était de développer un outil de simulation permettant d'obtenir les propriétés élastiques effectives de matériaux composites fabriqués par broderie technique. Dans un premier temps, les différentes propriétés nécessaires à la modélisation du matériau ont été déterminées. Ensuite, une caractérisation des propriétés ciblées a été effectuée sur différents échantillons à l'aide de microscopies et de microtomographies. Une variation du taux volumique de renfort dans l'épaisseur des échantillons avec une diminution de 10% dans la première couche de renfort comparativement au taux volumique global a été observée. Une déviation de la fibre de renfort causée par l'insertion du fil de couture de l'ordre de  $6^\circ$  dans le plan et  $3^\circ$  hors plan a été mesurée.

Dans un deuxième temps, un modèle d'homogénéisation en champs moyen a été implémenté dans MATLAB afin de simuler différentes configurations de préformes. Le modèle développé utilise une stratégie d'homogénéisation multi-étapes. Une compensation de l'orientation pour les fibres de renfort ainsi que le fil de couture a été implémenté via décomposition du volume élémentaire représentatif (VER) et une rotation des propriétés selon une courbe guide.

Finalement, les résultats obtenus par le modèle en champ moyen ont été confrontés à des essais du module de rigidité en tension afin de valider le modèle. Six configurations ont été comparées aux

simulations obtenues à l'aide du modèle et ont démontré une bonne prédiction avec écart maximal de 8.5%. Une seconde validation a été effectuée avec un modèle d'éléments finis simplifié avec une méthode d'éléments imbriqués. Les résultats obtenus semblent être cohérents et démontrer une bonne prédiction du modèle. Cependant, des limitations n'ont pas permis d'assurer une validation sur tous les termes du tenseur.

La principale contribution de ce mémoire est le développement d'une méthode d'homogénéisation simple et nécessitant peu de ressources pour l'obtention des propriétés effectives d'un matériau composite fabriqué par broderie technique. De plus, l'implémentation du fil de couture dans les calculs pourra permettre de simuler l'impact de celui-ci sur les propriétés globales du matériau dans la phase de design.

## ABSTRACT

Tailored Fiber Placement (TFP) is a recent fabrication technique for producing preforms with complex geometries and oriented properties. However, since this technology uses sewing as a method of fixing fibers, a distortion is induced in the fiber path. The mechanical properties of the composite designed using such preforms are therefore influenced by different manufacturing parameters related to sewing such as the thread diameter and the pitch and spacing of the stitch.

Some work has been done on the simulation of parts manufactured by TFP. Approaches based on penalization and compensation of the curvature were used in order to obtain the properties. However, these curvature compensation models only took into account the orientation in a single plane and no model incorporated the sewing thread.

The main objective of this thesis is to develop a simulation tool to obtain the elastic properties of composite materials manufactured by technical embroidery. At first, the different properties necessary for the simulation of the material are determined. Then, a characterization of the targeted properties is carried out on different samples using microscopies and micro-tomography. A variation of the reinforcement through-the-thickness volume ratio of the samples with a decrease of 10% in the first reinforcement layer compared to the overall volume ratio was observed. A deviation of the reinforcing fiber caused by the insertion of the sewing thread in the order of  $6^\circ$  in the plane and  $3^\circ$  out-of-plane was measured.

In a second step, a mean-field homogenization model is implemented in MATLAB to simulate different preform configurations. The model developed uses a multi-step homogenization strategy. Orientation compensation for the reinforcing fibers as well as the sewing thread is implemented via decomposition of the representative elementary volume (VER) and rotation of the properties along a guide curve.

Finally, the results obtained by the mean-field model are compared to modulus tensile tests to verify their validity. Six configurations are compared to simulations obtained using the model and showed a good prediction within an 8.5% error. A second validation was performed with a simplified finite element model with an embedded elements method. The results obtained seem to be consistent and



demonstrate a good prediction of the model. However, limitations have not allowed to ensure a validation on all the terms of the tensor.

The main contribution of this thesis is the development of a simple simulation method requiring little resources to obtain the homogenized properties of a composite manufactured by TFP. In addition, the implementation of the sewing thread in the calculations will allow to simulate the impact of this one on the global properties of the material in the design phase.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VII
TABLE DES MATIÈRES .....	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XII
LISTE DES FIGURES.....	XIII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XVI
LISTE DES ANNEXES .....	XX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE .....	5
2.1 Caractérisation et propriétés de matériaux composites avec coutures .....	5
2.1.1 Défauts introduits par la couture .....	5
2.1.2 Influence des paramètres de couture sur les propriétés mécaniques .....	8
2.2 Modèles d'homogénéisation en champ moyen .....	10
2.2.1 Bornes de Voigt et Reuss .....	12
2.2.2 Bornes d'Hashin-Shtrikman (Mori-Tanaka) .....	13
2.2.3 Modèle de Lielens .....	14
2.2.4 Modèle d'homogénéisation aléatoire .....	14
2.2.5 Modèle d'homogénéisation multiphasique .....	14
2.2.6 Compensation pour l'ondulation des fibres .....	15
2.3 Méthode d'homogénéisation en champs complets.....	17

2.3.1	Modélisation du VER.....	17
2.3.2	Conditions limites .....	19
2.3.3	Calcul du tenseur de rigidité.....	20
2.3.4	Travaux sur la simulation numérique de broderie.....	21
2.4	Conclusions et problématique .....	21
CHAPITRE 3 FABRICATION ET CARACTÉRISATION DE COMPOSITES FABRIQUÉS PAR BRODERIE .....		23
3.1	Fabrication des échantillons .....	23
3.2	Méthode de caractérisation des échantillons .....	25
3.2.1	Ratios volumiques .....	26
3.2.2	Micrographies.....	26
3.2.3	Microtomographies .....	27
3.3	Résultats de la caractérisation .....	28
3.3.1	Taux de vide .....	28
3.3.2	Propriétés du toron .....	28
3.3.3	Ratios volumiques des constituants.....	29
3.3.4	Ratio volumique de fibres dans l'épaisseur.....	30
3.3.5	Orientation des fibres de renfort.....	35
3.4	Conclusion.....	38
CHAPITRE 4 MODÈLE D'HOMOGENÉISATION ANALYTIQUE POUR COMPOSITES FABRIQUÉS PAR BRODERIE.....		39
4.1	Entrées du modèle d'homogénéisation .....	40
4.1.1	Hypothèses des constituants.....	40
4.1.2	Paramètres du composite.....	40

4.1.3	Paramètres de fabrication de la préforme.....	40
4.2	Compensation pour la courbure .....	41
4.2.1	Courbes guides .....	41
4.2.2	Rotation des propriétés.....	44
4.3	Modèles d'homogénéisation utilisés .....	46
4.3.1	Modèle d'homogénéisation microscopique .....	46
4.3.2	Modèle d'homogénéisation multiphasique .....	46
4.3.3	Modèle d'homogénéisation aléatoire .....	47
4.4	Conclusion.....	48
CHAPITRE 5	VALIDATION DU MODÈLE D'HOMOGENÉISATION .....	49
5.1	Homogénéisation des échantillons .....	49
5.1.1	Paramètres d'entrée du modèle .....	49
5.2	Comparaison aux essais mécaniques.....	53
5.3	Comparaison aux modèles d'éléments finis.....	54
5.3.1	Homogénéisation par la méthode des éléments finis .....	55
5.3.2	Comparaison des résultats du modèle d'éléments finis .....	60
5.4	Conclusion.....	63
CHAPITRE 6	CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....	64
BIBLIOGRAPHIE	.....	67
ANNEXES	.....	73

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Effet de paramètres de couture structurelle sur les propriétés dans le plan et hors plan d'un composite, adapté de [40] .....	9
Tableau 3.1: Propriétés des fils de couture utilisés pour la fabrication des préformes .....	24
Tableau 3.2 : Configuration des préformes .....	25
Tableau 3.3 : Paramètres de la numérisation de tomographie.....	28
Tableau 3.4 : Propriété du toron après imprégnation .....	29
Tableau 3.5: Masse des constituants des préformes.....	29
Tableau 3.6 : Ratio volumique des constituants des préformes .....	30
Tableau 3.7 : Résultats de la segmentation d'image des échantillons numérisés .....	32
Tableau 3.8 : Propriétés mesurées pour les échantillons de quatre couches .....	34
Tableau 3.9 : Propriétés mesurées pour les échantillons de huit couches .....	35
Tableau 3.10 : Déviation des fibres de renfort dans les échantillons comparativement à la valeur nominale .....	37
Tableau 4.1: Liste des points de contrôle de la spline pour la courbe guide du fil de couture .....	43
Tableau 5.1 : Propriétés des matériaux utilisés dans les simulations.....	50
Tableau 5.2 : Exemple de distribution des ratios volumique des constituants de l'échantillon PES-4-P pour la méthode à ratios variables et constants .....	51
Tableau 5.3 : Comparaison des résultats du module de traction et du nombre de simulations pour la méthode variable et constante .....	52
Tableau 5.4: Déformation imposée pour les différents cas de chargement .....	59

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Principe de fonctionnement du TFP. a) Fixation du toron sur le matériau de base à l'aide d'un fil de couture et b) vue de section démontrant le point de couture noué modifié, adapté de [11] .....	2
Figure 1.2 : Boucles de renfort formées lors du changement prononcé d'orientation du renfort déposé, tiré de [10] .....	3
Figure 2.1 : Défauts type causés par l'insertion de fils de couture: a) ondulation du renfort hors plan, b) zone riche en résine au point d'insertion et c) ondulation dans le plan et zone riche en résine au point d'insertion, adapté de [33] .....	6
Figure 2.2: Évolution du module de rigidité d'un composite unidirectionnel carbone/époxy en fonction de l'angle d'orientation des fibres, adapté de Sinclair & Chamis [35]).....	7
Figure 2.3 : Types de points de couture; a) point noué, b) point noué modifié et c) point en chaîne, adapté de Mouritz [34] .....	8
Figure 2.4: Définition du VER et des échelles des constituants d'un matériau hétérogène admissible pour l'homogénéisation.....	11
Figure 2.5: Étapes d'homogénéisation pour un composite multiphasique avec différentes orientations et rapport de forme, adaptée de Pierard et al.[56] .....	15
Figure 2.6 : Superposition des éléments dans le VER d'un modèle de simulation de composite à renfort 3D avec éléments imbriqués. Maillage du renfort et de la matrice superposés a), maillage du renfort seulement b) et maillage de la matrice seulement c), adapté de Tabatabaei et Lomov [70].....	19
Figure 3.1: Dimensions du toron de fibre de carbone compacté, grossissement de 100X.....	26
Figure 3.2 : Segmentation d'image par niveau de gris a) image segmentée des fibres de carbone (rouge) et de la résine (gris) b) histogramme de la distribution du niveau de gris dans l'image segmentée .....	27

Figure 3.3 : Mesure du ratio volumique de la résine : a) image de coupe segmentée montrant les fibres de renfort (blanc) et la résine (rouge) b) histogramme de la distribution du niveau de gris dans l'image segmentée .....	31
Figure 3.4 : Distribution du ratio volumique de résine dans l'épaisseur de l'échantillon Nomex-8-1-P .....	33
Figure 3.5 : Illustration de l'angle d'ondulation du renfort dans le plan ( $\omega_{in}$ ) et hors plan ( $\omega_{out}$ )..	36
Figure 3.6 : Tracé manuel du centre du toron dans le plan pour une couche à 90° de l'échantillon PES-4-1-NS. La droite entre chaque point est utilisée pour calculer la déviation instantanée par rapport à l'angle nominal .....	37
Figure 3.7 : Orientation des fibres dans l'échantillon PES-8-1-P : a) coupe transverse démontrant une forte ondulation du renfort dans les extrémités des couches à 90°b) coupe longitudinale démontrant une bonne orientation du renfort dans les couches à 0° .....	38
Figure 4.1: Algorithme démontrant les étapes utilisées dans le modèle d'homogénéisation développé .....	39
Figure 4.2 : Paramètres de la couture zigzag d'une préforme fabriqué par TFP illustrant le pas de couture $p$ et l'espacement entre les coutures $s$ .....	41
Figure 4.3 : Paramètres de modélisation de la courbe guide du renfort illustrant la longueur d'onde $\lambda$ , l'amplitude dans le plan $a_{in}$ et l'amplitude hors plan $a_{out}$ .....	42
Figure 4.4 : Illustration des points de contrôle utilisés pour la génération de la spline guide des fils de couture .....	44
Figure 4.5 : Vecteurs d'orientation générés à chaque point de la subdivision de la spline guide du fil de couture utilisés pour la rotation des tenseurs .....	45
Figure 5.1 : Illustration de la méthode de modélisation à ratios volumiques constants a) et à ratios volumiques variables b) dans les couches du laminé.....	51
Figure 5.2 : Comparaison du module de rigidité obtenu par essais mécanique et par homogénéisation pour les différentes configurations de laminés testés .....	54

Figure 5.3 : VER utilisé pour l'homogénéisation mésoscopique a) maillage des fibres de renfort suivant un parcours curviligne et b) superposition du maillage des fibres de renfort et de la matrice créant une redondance de volume à l'emplacement du renfort.....	56
Figure 5.4 : Orientation des propriétés isotropes transverses du matériau dans les éléments d'un maillage grossier de la fibre de renfort.....	58
Figure 5.5 : Distribution de contrainte von Mises du cas de chargement $\varepsilon_{23}$ pour le VER avec un taux volumique d'inclusions de 50%. L'échelle utilisée est du bleu pour les zones à faible contrainte au rouge pour les zones à contrainte élevée. a) les éléments du renfort et de la matrice superposés, b) la matrice seulement démontrant l'empreinte du renfort (bleu) et c) le renfort seulement.....	60
Figure 5.6 : Comparaison des résultats de la trace du tenseur de rigidité des modèles analytiques et FEM.....	62



## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$a$	Amplitude
$c$	Fraction volumique
$d$	Diamètre du fil de couture
$e$	Vecteur unitaire
$f$	Fibre
$m$	Matrice
$n$	Normale
$p$	Pas de couture
$r$	Constituant
$s$	Espacement du point de couture
$t$	Épaisseur
$u$	Déplacement
$v$	Vecteur d'orientation de la fibre
$w$	Largueur
$y$	Toron
<b>A</b>	Tenseur de localisation des déformations
<b>B</b>	Tenseur de concentration des contraintes
<b>C</b>	Tenseur de rigidité
$E$	Module de traction
$G$	Module de cisaillement
<b>I</b>	Tenseur identité
$OM$	Position par rapport à l'origine

$P$	Matrice de rotation
$S$	Tenseur de souplesse
$S^E$	Tenseur d'Eshelby
$V$	Volume
$W$	<i>Masse</i>

### **Lettres Grecques**

$\beta$	Angle d'Euler
$\delta$	Titration
$\varepsilon$	Tenseur de déformation microscopique
$\theta$	Angle d'Euler
$\kappa$	Fonction d'interpolation du modèle e Liens
$\lambda$	Longueur d'onde
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\rho$	Masse volumique
$\sigma$	Tenseur de contrainte microscopique
$\tau$	Coefficient de compaction
$\varphi$	Angle d'Euler
$\psi$	Angle d'orientation locale du renfort
$\omega$	Angle de déviation du renfort
$E$	Tenseur de déformation macroscopique
$\Sigma$	Tenseur de contraintes macroscopique

## **Abréviations**

AFP	Placement de fibre automatisé ( <i>Automated fiber placement</i> )
CAI	Compression après impact
CAO	Conception assistée par ordinateur
CDCQ	Centre de Développement des Composites du Québec
CTT	Centre d'excellence des Technologies Textiles
DIC	Système de corrélation d'image ( <i>Direct Image Correlation</i> )
ÉTS	École des technologies supérieure
HS+	Borne supérieure du modèle d'Hashin-Shtrikman
HS-	Borne inférieure du modèle d'Hashin-Shtrikman
IPF	l'Institut Leibniz de recherche sur les polymères
KUBC	Conditions limites à déformation homogène ( <i>Kinematic Uniform Boundary Conditions</i> )
LabSFCA	Laboratoire de Structures de Fibres et de Composites avancés
MT	Mori-Tanaka
NCF	Tissu sans embuvage ( <i>Non-Crimp Fabric</i> )
PBC	Conditions limites périodiques ( <i>Periodic Boundary Conditions</i> )
PBO	poly(p-phénylène-2,6-benzobisoxazole)
PES	Polyester
PET	Polyéthylène téréphtalate
PVA	Alcool polyvinylique
RTM	Moulage par transfert de résine ( <i>Resin Transfer Molding</i> )
SUBC	Conditions limites à contraintes homogènes ( <i>Static Uniform Boundary Conditions</i> )
TFP	Broderie technique ( <i>Tailored Fiber Placement</i> )

VER      Volume élémentaire représentatif

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A – Calcul du tenseur d'Eshelby .....	73
Annexe B – Analyses de convergence .....	75
Annexe C – Homogénéisation microscopique .....	77
Annexe D– Paramètres de modélisation des différentes configurations testées .....	83

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Les matériaux composites sont typiquement composés de fibres possédant de bonnes propriétés mécaniques longitudinales et d'une matrice servant au transfert de contraintes. Afin de faciliter le placement des fibres lors de la fabrication des pièces, celles-ci sont généralement mises en forme ou assemblées à l'aide de différentes méthodes. Cette pratique est appelée préformage. Les dernières innovations en matière de fabrication de préforme automatisée ouvrent de nouvelles possibilités quant à la fabrication de pièces complexes. Ces technologies jumelées à la conception assistée par ordinateur (CAO) permettent désormais la conception rapide de pièces avec des propriétés mécaniques orientées pour répondre de façon précise au cahier des charges, tel que les pièces à rigidité variable fabriquées par placement de fibre (*Automated Fiber Placement*, AFP) [4-6].

Un autre procédé gagnant en popularité est la fabrication de type «*Net Shape*» ou «*Near Net Shape*» [7-9]. Cette technique utilisant généralement le tricot, le tressage ou le tissage permet de diminuer considérablement les pertes matérielles lors de la fabrication. Ces méthodes de fabrication sont cependant limitées, car elles ne permettent pas une grande liberté dans le choix d'orientation des fibres.

Pour permettre plus de flexibilité dans la conception, une technologie de fabrication de préformes basée sur la broderie combinant la flexibilité d'orientation des fibres ainsi que la capacité de fabriquer des pièces «*Net Shape*» a été introduite par l'Institut Leibniz de recherche sur les polymères (IPF)[10]. La Figure 1.1 illustre le principe de fonctionnement de la fabrication par broderie (*Tailored Fiber Placement*, TFP). Un toron unique est placé sur un matériel de base dans le plan XY à l'aide d'un guide selon un parcours de fibre préalablement définie. Le matériel de base est constitué d'un substrat pouvant être retiré telle une pellicule de PVA ou laissé dans le produit tel un tissé. Le toron est ensuite fixé sur le matériel de base à l'aide d'une couture de type zigzag avec un point noué modifié. Cependant, comme le processus est en continu, des boucles de renfort sont créées lors d'un changement de direction prononcé. La Figure 1.2 illustre les boucles de renfort formées lors d'un changement d'orientation. Ces boucles peuvent être conservées à l'intérieur de la préforme afin d'être «*Net Shape*» ou être volontairement déposées à l'extérieur de la préforme et être découpées à posteriori afin de conserver l'orientation des fibres. Des préformes à plusieurs couches ou des surépaisseurs locales peuvent aussi être fabriquées par ce procédé en

déposant le toron sur la couche précédente et en le fixant à la couche de base en pénétrant les couches précédentes.

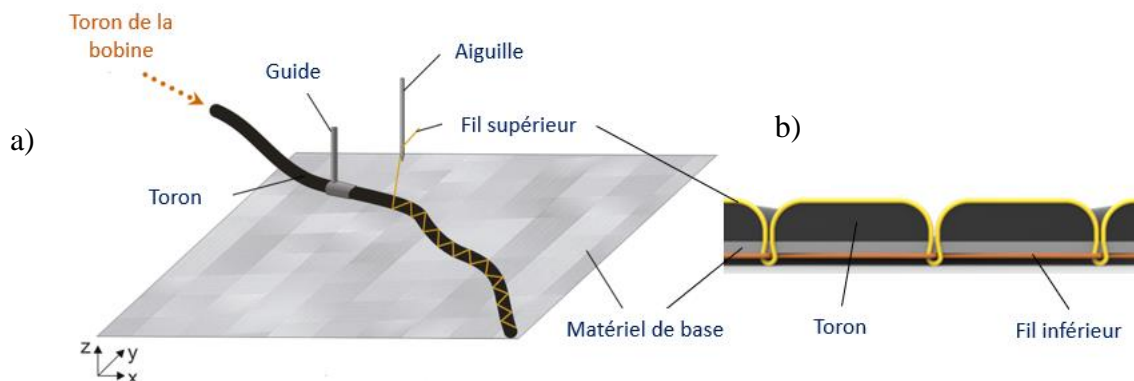


Figure 1.1 : Principe de fonctionnement du TFP. a) Fixation du toron sur le matériau de base à l'aide d'un fil de couture et b) vue de section démontrant le point de couture noué modifié, adapté de [11]

Cette technique de fabrication a déjà fait ses preuves dans le cadre de la conception de pièces à orientation de renforts optimisée [2, 12-15]. Cependant, cette flexibilité de design est généralement accompagnée d'une diminution des propriétés mécaniques dans l'axe des fibres [16, 17]. À la connaissance de l'auteur, la littérature n'est pas très fournie en travaux portant sur la modélisation des propriétés mécaniques de composites fabriqués par TFP [3, 18]. Ces méthodes sont basées sur des modèles de type éléments finis et requièrent la caractérisation expérimentale de beaucoup de paramètres afin de déterminer le parcours réel des fibres. Il est donc peu envisageable d'utiliser ces méthodes dans le cadre de designs préliminaires, car elles sont trop coûteuses.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués dans le cadre d'un projet de plus grande envergure visant à développer des pièces complexes en matériau composite pour la compagnie Mawashi science et technologie. Le projet regroupait plusieurs partenaires de recherche ayant différents rôles. Le Groupe Centre d'excellence des Technologies Textiles (GCTT) devait étudier les différentes techniques de mise en forme disponibles et faire la fabrication des préformes des pièces sélectionnées. Le Centre de développement composite du Québec (CDCQ) avait pour mission de faire l'imprégnation des préformes fabriquées. Le rôle de l'auteur était de développer

un outil permettant de déterminer les propriétés mécaniques effectives du composite résultant. Finalement, la compagnie Mat-Comp agissait comme consultant et devait se servir des résultats produits par ces travaux pour faire des simulations de pièces complexes en matériaux composites.



Figure 1.2 : Boucles de renfort formées lors du changement prononcé d'orientation du renfort déposé, tiré de [10]

L'objectif principal de ce mémoire est de fournir aux différents partenaires du projet un outil permettant la simulation des propriétés élastiques effectives de pièces fabriquées par broderie technique. Pour ce faire, l'étude a été divisée en trois sous-objectifs :

1. Déterminer les paramètres ayant le plus d'influence sur les propriétés élastiques effectives et en faire la caractérisation;
2. Développer une méthode permettant de simuler l'impact des différents paramètres d'influence sur les propriétés élastiques effectives ne nécessitant aucun test de caractérisation;
3. Valider le modèle développé à l'aide d'essais mécaniques expérimentaux et des modèles numériques.

Le Chapitre 2 présente une revue de littérature sur la modélisation des renforts avec coutures ainsi que les méthodes d'homogénéisation analytiques et par éléments finis. Le Chapitre 3 décrit la fabrication des échantillons, les différentes méthodes de caractérisation utilisées et les résultats des



paramètres obtenus. Dans le Chapitre 4, une méthode d'homogénéisation analytique prenant en compte la courbure et l'influence des fils de couture est proposée. Dans le Chapitre 1, les résultats obtenus dans le Chapitre 4 sont confrontés à des solutions de référence obtenues par calculs en champs complets. Finalement, le Chapitre 6 conclut avec les contributions apportées par ce mémoire ainsi que des recommandations pour des développements futurs.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

### 2.1 Caractérisation et propriétés de matériaux composites avec coutures

L'utilisation de coutures dans les matériaux composites permet de jouer deux rôles: l'assemblage et le renfort. La couture est en effet une méthode peu coûteuse et éprouvée pour maintenir les renforts [19]. C'est, par exemple, le cas dans les tissés sans embuvage (*Non-Crimp Fabrics*, NCF) qui utilisent des fils de couture pour maintenir les filaments en place tout en minimisant l'embuvage (ratio de la longueur du fil tissé sur la longueur réelle du fil utilisé). Plusieurs études reportent des cas d'utilisation structurale de coutures, permettant notamment d'améliorer la ténacité [20-22] ainsi que la résilience [23-25]. Cependant, l'insertion de fil de couture peut être la source de dommages dans la préforme qui se répercutent sur les propriétés mécaniques dans le plan. Plusieurs études ont démontré des diminutions de propriétés mécaniques en traction après l'insertion de fils de couture [26-33]. Certains auteurs rapportent des pertes de module de traction allant jusqu'à 40% et des pertes de résistance à la traction allant jusqu'à 45% comparativement à des composites sans coutures.

#### 2.1.1 Défauts introduits par la couture

Les principaux défauts causés par l'insertion du fils de couture sont le bris de fibre et le désalignement des fibres. Le bris de fibre dans les préformes sèches est principalement attribué à la friction entre le fil de couture et le renfort [34]. Il existe cependant des études qui prouvent que le taux de rupture causé par la couture reste faible (moins de 0.5% [31]).

Il semble donc que le défaut majeur causé par la couture soit le désalignement des fibres de renfort [33]. La Figure 2.1 schématise les différents défauts géométriques typiquement générés par l'insertion d'un fil de couture. Tel qu'illustré à la Figure 2.1 a) et b), la tension du fil de couture déforme le renfort hors plan et crée une ouverture au point d'insertion, ce qui résulte en une zone sans renfort. La Figure 2.1 c) illustre l'ondulation des renforts induits par le fil de couture. Ceci résulte en général aussi en la création d'une zone sans renfort autour du fil de couture. Plusieurs études semblent montrer que la déviation du renfort a un fort impact sur les propriétés mécaniques

du composite aussi bien en traction [35, 36] qu'en compression [37]. La Figure 2.2 illustre l'impact de l'orientation du renfort sur le module de rigidité d'un composite carbone/époxy. Il peut y être observé que le module de rigidité du composite se dégrade très rapidement lors d'une faible déviation. Ainsi, une déviation d'aussi peu que  $10^\circ$  du renfort pourrait correspondre à une perte d'environ 50% du module de rigidité du composite résultant.

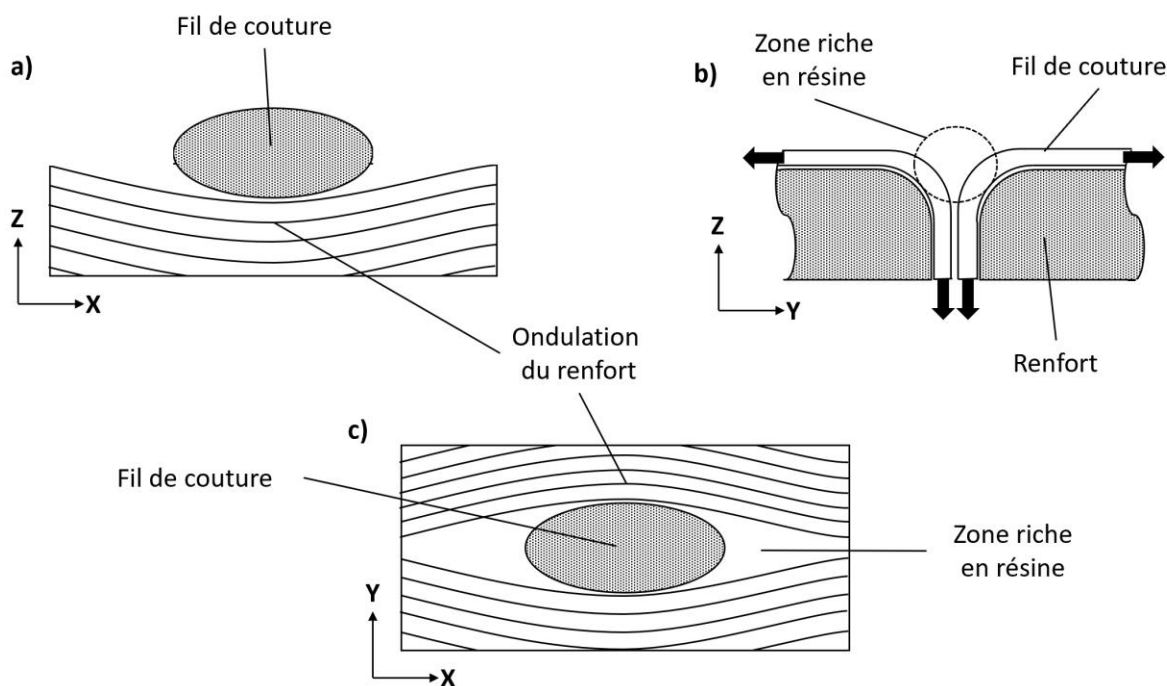


Figure 2.1 : Défauts type causés par l'insertion de fils de couture: a) ondulation du renfort hors plan, b) zone riche en résine au point d'insertion et c) ondulation dans le plan et zone riche en résine au point d'insertion, adapté de [33]

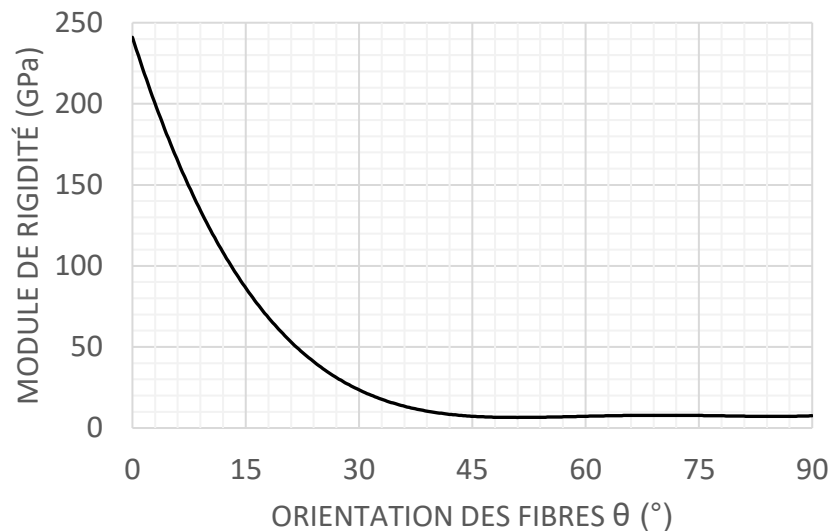


Figure 2.2: Évolution du module de rigidité d'un composite unidirectionnel carbone/époxy en fonction de l'angle d'orientation des fibres, adapté de Sinclair & Chamis [35])

Le choix du type de point de couture a une influence sur l'endommagement des fibres. La Figure 2.3 illustre les différents points de couture généralement utilisés dans les coutures de préformes. Les points de couture générés par les points noués modifiés et les points en chaîne (Figure 2.3 b et c) peuvent générer une zone à faible taux de renfort [3, 25, 30, 38]. Kang & Lee [30] ont observé une corrélation entre une augmentation du nombre de points de couture et la diminution des propriétés mécaniques à la surface de nouage. En contrepartie, le point de couture noué (Figure 2.3 a) semble être la source d'un endommagement plus important que les autres méthodes dans le plan médiant de la préforme [39].

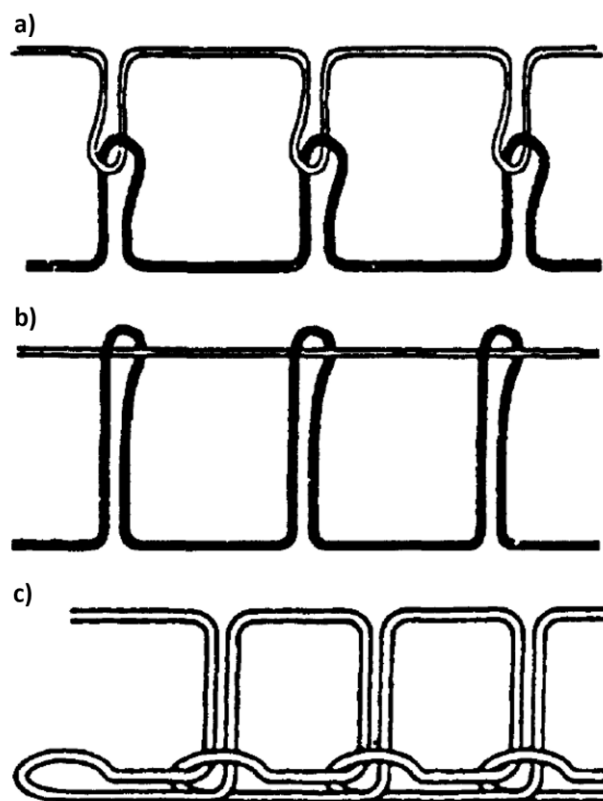


Figure 2.3 : Types de points de couture; a) point noué, b) point noué modifié et c) point en chaîne, adapté de Mouritz [34]

### 2.1.2 Influence des paramètres de couture sur les propriétés mécaniques

Heß & Himmel ont étudié l'effet de différents paramètres de couture sur les propriétés dans le plan et hors plan d'un composite de fibre de carbone assemblé avec des coutures structurales à l'aide d'un point noué modifié [40]. Le Tableau 2.1 présente une partie de leurs conclusions. Il peut y être observé que la direction de couture a une influence sur la résistance à la compression ainsi que la résistance au cisaillement, mais n'a pas d'impact sur les autres propriétés. Le diamètre du fil de couture semble avoir beaucoup d'impact sur les propriétés mécaniques du composite. En effet, le module de traction, la résistance à la traction, la résistance à la compression, le module de cisaillement ainsi que la résistance au cisaillement sont inversement proportionnels au diamètre du fil de couture. En revanche, la résistance à la propagation de fissure Mode I (traction hors plan) est améliorée par l'augmentation du diamètre du fil de couture. L'augmentation de l'espacement des

points de couture est corrélée par une augmentation du module de compression ainsi qu'une diminution de la résistance à la compression après impact et la propagation de fissure Mode I. L'augmentation du pas de couture influence négativement la propagation de fissure Mode I, mais ne semble pas avoir d'influence sur les autres propriétés. Finalement, l'augmentation de la densité de couture semble avoir une influence positive sur la résistance à la compression après impact ainsi que la propagation de fissure Mode I.

Warrior et al. ont étudié l'influence de la densité de couture sur les propriétés mécaniques d'un composite de fibre de verre brodé à l'aide d'un fil de kevlar [41]. La densité de couture semble avoir eu un impact négatif sur le module de traction, positif sur la résistance au cisaillement interlaminaire et une influence négligeable sur la résistance à la traction. Ceci corrobore les observations d'Heß & Himmel [40].

Tableau 2.1 : Effet de paramètres de couture structurelle sur les propriétés dans le plan et hors plan d'un composite, adapté de [40]

Propriété	Direction de couture		Augmentation			
	x	y	Diamètre du fil	Espacement du point	Pas de couture	Densité de couture
Module de traction	0	0	--	0	0	0
Résistance à la traction	0	0	--	0	0	0
Module de compression	0	0	0	+	0	0
Résistance à la compression	-	+	--	0	0	0
Module de cisaillement	0	0	-	0	0	0
Résistance au cisaillement	-	+	-	0	0	0
Résistance à la compression après impact (CAI)	0	0	0	-	0	+
Énergie Mode I	0	0	++	-	-	+

-Négatif, -- Fortement négatif, 0 Négligeable, + Positif, ++ Fortement positif

Mattheij et al. ont étudié l'effet matériau du fil de couture sur les propriétés mécaniques d'un composite fabriqué par borderie et assemblé par couture [17]. Ils concluent que le poly(p-phenylene-2,6-benzobisoxazole) (PBO) et l'aramide semblent offrir les meilleures résistances à la délamination que le polyester et le polyéthylène. Il faut cependant noter qu'il est difficile de tirer des conclusions avec leurs seules observations, car les tests n'ont pas tous été effectués dans les mêmes conditions. Une amélioration de la résistance à la traction ainsi que du module de traction a aussi été observée avec la diminution de la grosseur du fil de borderie ainsi que du fil de couture de renfort ce qui est en accord avec les observations d'Heß & Himmel [40].

## 2.2 Modèles d'homogénéisation en champ moyen

L'homogénéisation consiste à déduire le comportement effectif d'un matériau hétérogène à partir de l'information de ses constituants à une échelle inférieure. Plusieurs approches d'homogénéisation peuvent être utilisées pour l'obtention du comportement effectif; les méthodes asymptotiques, en champ moyen ainsi qu'en champ complet. Une méthode en champ complet utilisant les éléments finis sera présentée dans la Section 2.3. Les spécificités de la méthode asymptotiques ont été explicitées par Kalamkarov et al.[42] et ne seront pas détaillées dans cette section. Plusieurs méthodes d'homogénéisation en champ moyen sont disponibles dans la littérature, mais seuls les modèles pertinents à cette étude seront présentés dans cette section. Le lecteur est invité à consulter les ouvrages suivants s'il désire obtenir de plus amples informations sur le sujet [43-47].

Dans le cadre des méthodes d'homogénéisation en champ moyen, le problème d'homogénéisation est idéalisé à l'aide de l'utilisation d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Celui-ci doit être choisi suffisamment petit comparativement à la structure à analyser afin que l'influence des gradients macroscopiques soit négligeable et suffisamment grand afin de contenir une quantité suffisante d'inclusions pour être indépendant des gradients microscopiques. Une représentation des différentes échelles d'un VER est présentée à la Figure 2.4.

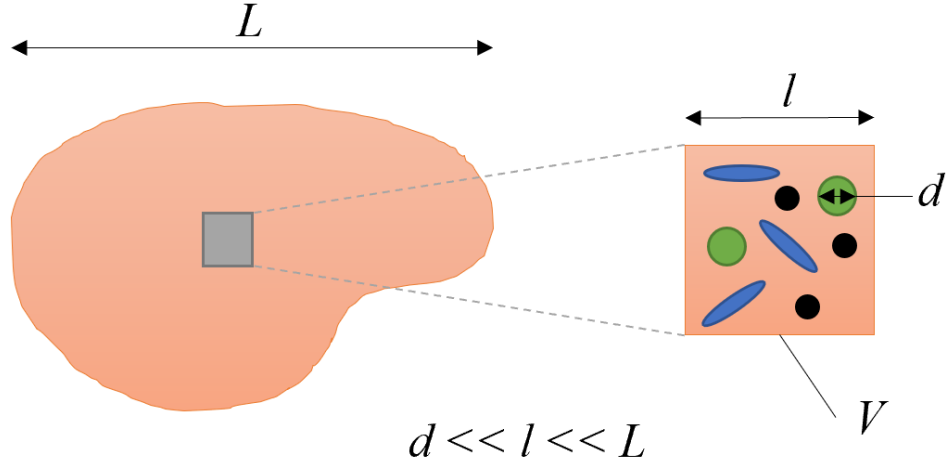


Figure 2.4: Définition du VER et des échelles des constituants d'un matériau hétérogène admissible pour l'homogénéisation

Pour un VER de volume  $V$  soumis à un chargement macroscopique homogène, la contrainte macroscopique  $\Sigma$  ainsi que la déformation macroscopique  $E$  peuvent être liées à la contrainte microscopique moyenne  $\langle \sigma \rangle$  et la déformation microscopique moyenne  $\langle \epsilon \rangle$  par les relations suivantes :

$$\langle \sigma \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \sigma(x) dV = \Sigma \quad (2.1a)$$

$$\langle \epsilon \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \epsilon(x) dV = E \quad (2.1b)$$

L'introduction du tenseur de localisation des déformations  $A(x)$  ainsi que le tenseur de concentration des contraintes  $B(x)$  permettent d'obtenir les relations suivantes :

$$\sigma(x) = B(x) : \Sigma \quad (2.2a)$$

$$\epsilon(x) = A(x) : E \quad (2.2b)$$



La solution du problème d'homogénéisation est obtenue à l'aide des tenseurs  $\mathbf{A}(x)$  ou  $\mathbf{B}(x)$ . Les différents modèles d'homogénéisation offrent des hypothèses et des simplifications permettant d'obtenir une solution pour les tenseurs  $\mathbf{A}(x)$  ou  $\mathbf{B}(x)$ .

La relation entre la contrainte macroscopique  $\boldsymbol{\Sigma}$  et la déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  peut être exprimée à l'aide du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{\mathbf{C}}$  ou le tenseur de souplesse effectif  $\tilde{\mathbf{S}}$  selon les relations suivantes :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \tilde{\mathbf{C}} : \mathbf{E} \quad (2.3a)$$

$$\mathbf{E} = \tilde{\mathbf{S}} : \boldsymbol{\Sigma} \quad (2.3b)$$

En introduisant les différents constituants et la fraction volumique  $c_r$ , les contraintes et déformations moyennes peuvent être réécrites sous la forme :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = c_r \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_r \quad (2.4a)$$

$$\mathbf{E} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = c_r \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r \quad (2.4b)$$

En développant l'équation (2.4), nous pouvons obtenir les relations suivantes pour le tenseur de rigidité effectif  $\tilde{\mathbf{C}}$  ainsi que le tenseur de souplesse effectif  $\tilde{\mathbf{S}}$ :

$$\tilde{\mathbf{C}} = c_r \mathbf{C}^r : \langle \mathbf{A}(x) \rangle_r \quad (2.5a)$$

$$\tilde{\mathbf{S}} = c_r \mathbf{S}^r : \langle \mathbf{B}(x) \rangle_r \quad (2.5b)$$

### 2.2.1 Bornes de Voigt et Reuss

En posant comme hypothèse une déformation homogène dans le VER, nous obtenons :

$$\mathbf{A}(x) = \mathbf{I} \quad (2.6)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}^V = \sum_{r=1}^R c_r \mathbf{C}^r \quad (2.7)$$

Dans la même optique, en posant comme hypothèse une contrainte homogène dans le VER, nous obtenons :

$$\mathbf{B}(x) = \mathbf{I} \quad (2.8)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}^R = \sum_{r=1}^R c_r \mathbf{S}^r \quad (2.9)$$

Les équations (2.7) et (2.9) représentent respectivement les approximations de Voigt et Reuss. Il a été démontré par Hill [48] que ces approximations permettent de borner le problème d'homogénéisation. Bien qu'algébriquement simples, et ainsi faciles à calculer, ces bornes sont généralement très éloignées l'une de l'autre, et ce, proportionnellement au contraste entre les constituants du matériau composite.

### 2.2.2 Bornes d'Hashin-Shtrikman (Mori-Tanaka)

Une approche développée par Hashin et Shtrikman [49] fournit des équations permettant d'obtenir des bornes plus serrées pour un matériau à deux constituants :

$$\tilde{\mathbf{C}}^{HS+} = \mathbf{C}_f + c_m \left[ (\mathbf{C}_m - \mathbf{C}_f)^{-1} + c_f \mathbf{S}_f^E \mathbf{C}_f^{-1} \right]^{-1} \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}^{HS-} = \mathbf{C}_m + c_f \left[ (\mathbf{C}_f - \mathbf{C}_m)^{-1} + c_m \mathbf{S}_m^E \mathbf{C}_m^{-1} \right]^{-1} \quad (2.11)$$

où les indices  $_f$  et  $_m$  indique l'inclusion et la matrice respectivement et  $\mathbf{S}^E$  est le tenseur d'Eshelby [50] de l'inclusion. Il peut aussi être démontré que la borne inférieure d'Hashin-Shtrikman correspond au modèle de Mori-Tanaka et que la borne supérieure peut aussi être obtenue par le modèle de Mori-Tanaka en inversant les constituants [51].

### 2.2.3 Modèle de Lielens

Lielens [52] a proposé un modèle pouvant être interprété comme une interpolation entre les bornes de Hashin-Shtrikman :

$$\kappa = \frac{c_f + c_f^2}{2} \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mathcal{C}}^{LIE} = \left[ (1 - \kappa)(\tilde{\mathcal{C}}^{HS+})^{-1} + \kappa(\tilde{\mathcal{C}}^{HS-})^{-1} \right]^{-1} \quad (2.11)$$

où  $\tilde{\mathcal{C}}^{HS+}$  et  $\tilde{\mathcal{C}}^{HS-}$  représentent respectivement la borne supérieure et inférieure obtenue par le modèle d'Hashin-Shtrikman et  $\kappa$  est une fonction d'interpolation. Ce schéma donne généralement de très bons résultats sur une très grande gamme de ratios volumiques et de contraste de rigidité pour un modèle biphasique.

### 2.2.4 Modèle d'homogénéisation aléatoire

Une formulation du modèle de Mori-Tanaka pour les matériaux composites à orientation de renfort aléatoire a été introduite par Benveniste [53]. En utilisant le principe de moyenne d'orientation, le tenseur de rigidité homogénéisé  $\tilde{\mathcal{C}}_{rand}^{MT}$  est obtenu selon :

$$\tilde{\mathcal{C}}_{rand}^{MT} = \mathcal{C}_m + c_f \{ (\mathcal{C}_f - \mathcal{C}_m) : \mathbf{A}^{MT} \} : [c_m \mathbf{I} + c_f \{ \mathbf{A}^{MT} \}]^{-1} \quad (2.12a)$$

$$\mathbf{A}^{MT} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}^E : \mathcal{C}_m^{-1} : (\mathcal{C}_f - \mathcal{C}_m)]^{-1} \quad (2.12b)$$

où  $\mathcal{C}$  est le tenseur de rigidité,  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité,  $\mathbf{S}^E$  est le tenseur d'Eshelby et  $c$  est le ratio volumique. Les accolades  $\{ . \}$  indiquent une moyenne d'orientation et les indices  $m$  et  $f$  représentent la matrice et la fibre respectivement.

### 2.2.5 Modèle d'homogénéisation multiphasique

Lorsque le VER possède des inclusions ayant une géométrie, une orientation ou des propriétés mécaniques différentes, il est possible d'utiliser une approche d'homogénéisation multiphasique. Une méthode couramment utilisée est une extension du modèle de Mori-Tanaka

proposée par Benveniste [53]. Cependant, il a été démontré par Benveniste et al. [54] que lorsque les inclusions sont de géométrie ou d'orientation différente, l'utilisation de cette méthode ne garantit pas la symétrie du tenseur résultant et peut donc mener à une solution incohérente.

Afin de contourner ce problème, Camacho *et al.* [55], Lielens [52] et Pierard *et al.* [56] utilisent une méthode d'homogénéisation en trois étapes, telle qu'illustré à la Figure 2.5. La méthode proposée consiste à décomposer le VER en différentes phases (chacune des phases correspondant à un ensemble spécifique de propriétés : une orientation, une forme, un matériau), de faire une première homogénéisation biphasique sur chacune des phases individuellement et finalement faire une deuxième homogénéisation multiphasique sur le composite résultant.

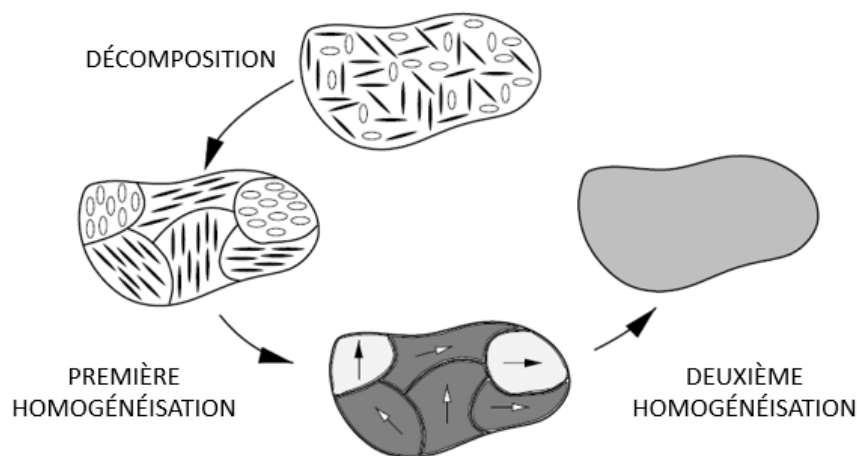


Figure 2.5: Étapes d'homogénéisation pour un composite multiphasique avec différentes orientations et rapport de forme, adaptée de Pierard et al.[56]

Pour la première étape d'homogénéisation, Pierard et al. suggèrent l'utilisation du modèle de Mori-Tanaka ou de Lielens. Par contre, tel que démontré par Benveniste [54], il est déconseillé d'utiliser ces modèles pour la seconde étape. Une méthode d'homogénéisation pour les agrégats ou les polycristaux tels que Voigt ou Reuss est donc suggérée pour la deuxième étape d'homogénéisation.

## 2.2.6 Compensation pour l'ondulation des fibres

L'orientation des fibres joue un rôle prédominant sur les propriétés mécaniques résultant du composite. Tel qu'il peut être observé sur la Figure 2.2, une très faible déviation de l'orientation

nominale des fibres entraine une forte réduction du module de rigidité du composite. Il est donc primordial de prendre cet effet en compte lors de la modélisation. À ce jour, peu de travaux ont été effectués sur la modélisation de l'ondulation des fibres causée par un procédé de couture. Les travaux trouvés par l'auteur sont présentés ci-dessous.

Edgren et Asp [57] proposent une méthode pour la modélisation de tissés sans embuvage (*Non-Crimp Fabric*, NCF) permettant de modéliser l'ondulation des fibres hors plan ainsi que son effet sur les propriétés effectives. Le modèle utilise un facteur de pénalisation calculé à l'aide de la théorie des poutres appliquée sur une courbe sinus avec trois différentes conditions limites : libre, encastrées et avec ressort. Les résultats obtenus au niveau de chacune des couches peuvent ensuite être utilisés dans une théorie classique des laminés (CLT) ou un modèle d'éléments finis afin de déterminer la rigidité équivalente du laminé.

Petriccione et al. [1] proposent une méthode d'approximation du tenseur de rigidité ayant un parcours curviligne. Selon le modèle proposé, le tenseur de rigidité équivalent est estimé comme étant la moyenne d'une série de segments de même longueur ayant les propriétés de la fibre unidirectionnelle alignées selon un parcours sinusoïdal :

$$\mathbf{C}_{wavy} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \mathbf{P}'(\varphi) \mathbf{C}_{uni} \mathbf{P}(\varphi) \quad (2.13a)$$

$$\psi(x) = \arctan[z'(x)] \quad (2.13b)$$

$$z'(x) = -\frac{a\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.13c)$$

où  $N$  est le nombre de divisions de la courbe guide,  $\mathbf{P}$  est la matrice de rotation du segment de courbe,  $\psi(x)$  est l'angle d'orientation locale de la fibre et finalement  $a$  est l'amplitude et  $\lambda$  est la longueur d'onde du cosinus de la courbe guide. Le modèle semble offrir de bonnes performances, cependant seule la déformation hors plan du fil de renfort a été considérée dans ces travaux.

## 2.3 Méthode d'homogénéisation en champs complets

L'homogénéisation en champ complet consiste à calculer le champ de déformation et de contrainte local sur une géométrie. Les propriétés mécaniques sont ensuite obtenues à l'aide de la déformation ou de la contrainte moyenne dans le VER. Deux méthodes sont généralement utilisées : les méthodes par transformation de Fourier rapide (*Fast Fourier Transform*, FFT) et les méthodes par éléments finis. Ces méthodes sont très précises, mais peuvent parfois s'avérer être très coûteuses au niveau du temps de calcul et des ressources nécessaires dans le cas de géométries complexes. Seule la méthode par éléments finis sera explicitée dans cette section, mais le lecteur est invité à consulter [58, 59] pour plus d'information sur le sujet.

### 2.3.1 Modélisation du VER

L'une des difficultés lors de la modélisation par éléments finis est d'obtenir un maillage de bonne qualité. Dans certaines situations, comme la modélisation réaliste de tissés qui modélise les fibres du toron [60-62], cette opération peut s'avérer très complexe et nécessiter un nombre très élevé d'éléments. Quelques logiciels de modélisation textile tels que Texgen [63], Wisetex [64] et DFMA [65] permettent de générer facilement le VER, de créer un maillage et de l'exporter vers des logiciels d'éléments finis tels que ANSYS ou ABAQUS. Cependant, lorsque le VER a un taux volumique de fibres élevé, ces logiciels ont tendance à créer de l'interpénétration entre les fibres. Afin de résoudre ce problème, des méthodes alternatives de modélisation de la géométrie ont été proposées.

#### 2.3.1.1 Méthode de modélisation inverse

El Mourid et al. [66] proposent une méthode de modélisation inverse. Cette méthode consiste à produire un maillage du volume prismatique du VER à l'aide d'éléments briques quadratiques. Les éléments sont ensuite associés aux différents constituants du VER et le système de coordonnées ainsi que les propriétés du matériau correspondant leur sont attribués.

La difficulté de cette méthode réside dans l'attribution des éléments aux différents constituants du VER. Les torons sont définis dans le logiciel Wisetex comme une série de volumes avec un système de coordonnées à chacun des segments. Ces systèmes de coordonnées sont utilisés pour calculer la

longueur des différents segments ainsi que la longueur des axes principaux de l'ellipse à l'emplacement de chacun d'entre eux. La position du centroïde de chacun des éléments du maillage est ensuite comparée au système de coordonnées et le volume généré par la longueur de segment ainsi que l'ellipse y étant rattachée. Lorsqu'un élément satisfait ces conditions, le système de coordonnées du segment et les propriétés de matériau du toron y sont attribués.

### 2.3.1.2 Méthode d'homogénéisation avec éléments imbriqués

Tabatabaei et al. [67] proposent une méthode d'homogénéisation avec éléments imbriqués. Cette technique utilise une méthode de superposition de maillages utilisant la fonction d'éléments imbriqués (« embedded elements ») disponible dans le logiciel commercial ABAQUS [68]. Initialement, ces éléments ont été introduits dans le logiciel ABAQUS pour la simulation des barres d'armatures dans le béton armé [69].

La Figure 2.6 illustre la superposition des éléments pour la modélisation d'un composite à renfort 3D. Deux maillages sont générés séparément (Figure 2.6 b et c) et ceux-ci sont ensuite superposés pour former le VER (Figure 2.6 a). Comme la méthode imbriquée superpose des maillages distincts, il est beaucoup plus facile d'obtenir une convergence au maillage avec un nombre d'éléments plus faible.

Cependant, les modules effectifs obtenus par cette méthode sont toujours supérieurs à ceux obtenus par les méthodes en champ complet classique. Cette rigidité additionnelle est causée par la présence d'éléments de matrice à l'intérieur du volume des fibres. Tabatabaei & Lomov [70] ont contourné ce problème en utilisant un tenseur de rigidité corrigé dans la région à volume redondant calculé selon :

$$\mathbf{C}'_f = \mathbf{C}_f - \mathbf{C}_m \quad (2.18)$$

En revanche, la contrainte dans le volume de la fibre obtenue par cette méthode n'est plus cohérente, car la rigidité de la fibre est plus faible que la réalité. Pour plus de précision, la contrainte dans les fibres peut donc être recalculée avec la rigidité réelle en utilisant la déformation obtenue à l'aide de l'homogénéisation avec la rigidité corrigée.

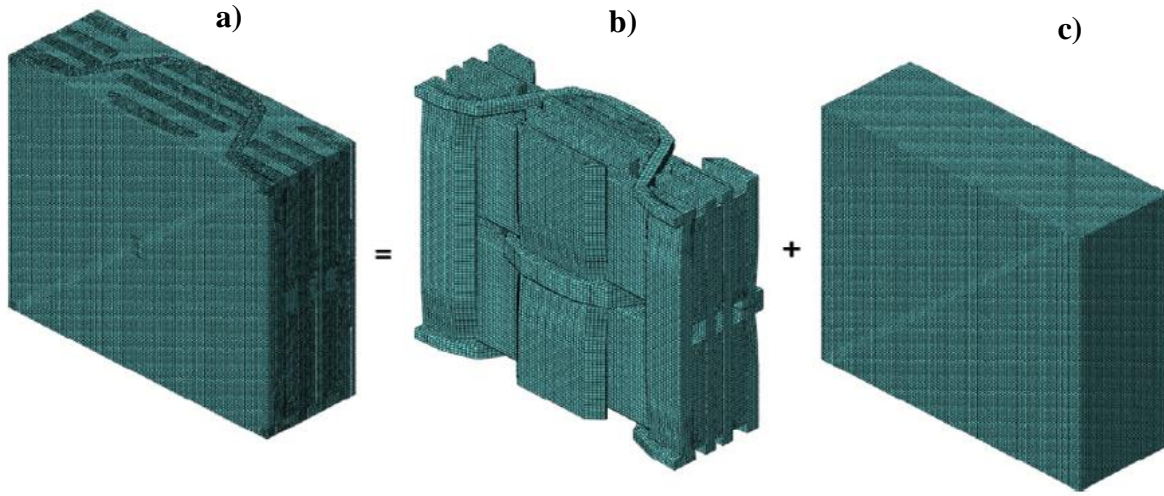


Figure 2.6 : Superposition des éléments dans le VER d'un modèle de simulation de composite à renfort 3D avec éléments imbriqués. Maillage du renfort et de la matrice superposés a), maillage du renfort seulement b) et maillage de la matrice seulement c), adapté de Tabatabaei et Lomov [70]

### 2.3.2 Conditions limites

Les résultats de l'homogénéisation sont fortement dépendants des conditions limites utilisées pour la modélisation du problème. Trois types de conditions limites sont typiquement utilisés pour les problèmes classiques [71] : déformation homogène (KUBC), contrainte homogène (SUBC) et conditions périodiques (PBC).

Les conditions limites à déformation homogène consistent à appliquer un champ de déplacement correspondant à celui d'une déformation uniforme à l'intérieur du VER. Cette condition peut être exprimée comme :

$$\vec{u} = \langle \varepsilon(\vec{u}) \rangle \cdot \overrightarrow{OM} \quad (2.14)$$



où  $\vec{u}$  est le champ de déplacement,  $\langle \varepsilon(\vec{u}) \rangle$  est le champ de déformation moyen dans le VER et  $\overrightarrow{OM}$  est le vecteur de position du point sur la frontière. Cette méthode peut être appliquée à n'importe quel modèle à condition qu'aucun élément infiniment rigide ne traverse la frontière.

Les conditions limites à contrainte homogène consistent à appliquer à la frontière le champ de contrainte qui résulterait d'une contrainte uniforme à l'intérieur du VER. Cette condition peut être exprimée comme :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle \cdot \vec{n} \quad (2.15)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur de contrainte de Cauchy,  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la surface du VER et  $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$  est le tenseur de contrainte moyenne à l'intérieur du VER. Cette méthode peut être appliquée à n'importe quel modèle à condition qu'aucun élément de rigidité nulle ne traverse la frontière.

Les résultats obtenus par les méthodes à conditions homogènes donnent typiquement des bornes supérieures et inférieures au problème d'homogénéisation pour la méthode à déformation homogène et à contrainte homogène, respectivement. Cependant, lorsque le contraste de rigidité est très élevé entre les constituants, ces méthodes donnent des résultats très éloignés l'un de l'autre ce qui peut être limitant.

Lorsque le milieu à simuler est périodique, celui-ci peut typiquement être modélisé par un VER et un maillage périodique. Ce type de conditions limites peut être exprimé comme :

$$[\vec{u} - \langle \varepsilon(\vec{u}) \rangle \cdot \overrightarrow{OM}]^+ = [\vec{u} - \langle \varepsilon(\vec{u}) \rangle \cdot \overrightarrow{OM}]^- \quad (2.16a)$$

$$[\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n}]^+ = -[\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n}]^- \quad (2.16b)$$

où les exposant + et - indiquent les faces opposées du VER. Ainsi, pour pouvoir appliquer cette méthode, chaque nœud du maillage d'une face du VER doit posséder son homologue ayant les mêmes coordonnées sur la face opposée.

### 2.3.3 Calcul du tenseur de rigidité

Les propriétés mécaniques peuvent être obtenues par post-traitement des résultats du modèle numérique. Le tenseur homogénéisé peut être obtenu à l'aide de l'équation suivante :

$$\tilde{C}_{ijkl}\bar{\varepsilon}_{kl} = \bar{\sigma}_{ij} \quad (2.17)$$

où  $\tilde{C}$  est le tenseur de rigidité homogénéisé,  $\bar{\varepsilon}$  la déformation moyenne et  $\bar{\sigma}$  la contrainte moyenne. En imposant la déformation moyenne et en mesurant la contrainte moyenne ou vice-versa, il est possible de calculer le tenseur de rigidité effectif du matériau. Généralement, six cas de chargements indépendants sont nécessaires pour obtenir l'intégralité du tenseur de rigidité.

### 2.3.4 Travaux sur la simulation numérique de broderie

À ce jour, très peu de travaux sont disponibles sur l'homogénéisation numérique de TFP. À la connaissance de l'auteur seul, les travaux de Uligh et al. [2, 3] ont été publiés sur le sujet. Dans leur étude, Uligh et al. présentent la simulation numérique d'un rotor fabriqué à l'aide d'une préforme TFP usinée [2]. Le modèle est utilisé afin de déterminer le ratio optimal pour l'épaisseur des couches tangentielles et radiales. Le matériau a été simulé à l'aide d'éléments briques avec des propriétés orthotropes déterminées expérimentalement. Le rotor obtenu à l'aide de cette méthode a démontré une capacité à résister à une vitesse de rotation 45% supérieure à son équivalent en aluminium.

L'impact des fils de couture sur la rigidité du composite en traction a été évalué par Uligh et al. [3] à l'aide d'une combinaison de caractérisations et de simulations numériques. Dans ce modèle, l'empreinte du fil de couture et son impact sur le taux volumique de fibre local ont été estimés à partir d'une série d'images de microscopie. Cependant, le fil de couture en lui-même n'a pas été considéré par l'auteur dans ce modèle. Le modèle développé a été utilisé afin d'analyser la distribution locale de contrainte et déformation dans les fibres du VER sous un chargement uniaxial. Ceci a permis de prédire numériquement une contrainte ainsi qu'une déformation locale 13% plus élevée comparativement à un composite avec fibres unidirectionnelles. Ceci pourrait être une source de la diminution de la résistance à la rupture du composite fabriqué par broderie technique.

## 2.4 Conclusions et problématique

La littérature sur le sujet de composites fabriqués par broderie technique a été revue. Très peu de travaux sur la broderie technique ont été trouvés à la suite de cette recherche. L'emphase a été

mise sur les paramètres influençant les propriétés mécaniques du composite ainsi que sur les méthodes de simulation pouvant être utilisées pour la détermination des propriétés équivalentes.

Il a été déterminé à la Section 2.1 que le diamètre du fil de couture est le paramètre de broderie ayant le plus d'influence sur les propriétés mécaniques. En effet, le diamètre du fil de couture est directement lié à la dimension des défauts tels que l'ondulation du renfort et la création de zones riches en résine. Cet impact est à considérer lors de la simulation de préformes brodées. Malheureusement, peu de travaux décrivant la morphologie détaillée des composites brodés sont disponibles. Le chapitre 3 de ce mémoire présente une caractérisation morphologique exhaustive de composites brodés.

Aucun travail modélisant le parcours du fils de couture n'a été trouvé. Le Chapitre 4 s'emploiera donc à développer un nouveau modèle afin de tenir compte de l'influence du fil de couture. Le modèle développé se base sur des modèles existants présentés à la Section 2.2. La méthode d'homogénéisation selon un parcours curviligne proposé par Petriccione et al. [1] semble offrir de bonnes performances pour des NCF avec un parcours sinusoïdal et peut facilement être étendue à un parcours plus complexe afin de simuler l'ondulation et les fils de couture d'un composite brodé. En se basant sur les travaux de Pierard *et al.* [56], il est aussi recommandé d'utiliser le modèle d'homogénéisation de Lielens pour la détermination des propriétés mécaniques unidirectionnelles et le modèle de Voigt pour l'homogénéisation finale des différents constituants. Ces deux modèles sont adaptés à un renfort fabriqué par broderie technique afin de développer un outil de simulation efficace.

À la Section 2.3, il a été déterminé que les modèles d'homogénéisation en champ complet requièrent beaucoup de ressources pour l'obtention des propriétés équivalentes du matériau et qu'il est difficile de modéliser un VER à taux de renfort élevé. Cependant, la méthode de modélisation par éléments imbriqués proposée par Tabatabaei et al. [67] permet de grandement simplifier la complexité du maillage et par le fait même le temps de modélisation. Cette méthode reste toutefois complexe et donc peut être appropriée pour un outil de design préliminaire. La méthode peut cependant s'avérer très utile comme outil de validation lors du design avancé. Le chapitre 5 présente cette méthode de modélisation par éléments finis pour valider le modèle analytique proposé dans le chapitre 4.

## **CHAPITRE 3 FABRICATION ET CARACTÉRISATION DE COMPOSITES FABRIQUÉS PAR BRODERIE**

Tel que mentionné dans la Section 2.1, peu d'informations sur les propriétés mécaniques de composite fabriqué par broderie sont disponibles dans la littérature. De plus, les résultats disponibles dans la littérature semblent converger vers l'existence d'une grande influence entre les paramètres de fabrication et les propriétés mécaniques [17, 40, 41]. L'objectif de la Section 3 est de déterminer et de faire la caractérisation des paramètres d'influence pour la modélisation du matériau composite. Pour se faire, une série d'échantillons a été fabriquée et caractérisée expérimentalement. L'étude des masses, des micrographies ainsi que des microtomographies a permis de déterminer le ratio volumique des différents constituants, sa distribution dans l'épaisseur, la morphologie du toron ainsi que l'orientation des fibres dans le composite.

### **3.1 Fabrication des échantillons**

Une série de préformes de fibre de carbone (HTS40 12K, Tenax) ont été fabriquées par le Groupe CTT à l'aide d'une machine à TFP (TLMX-1201, Tajima). Une couche de base constituée de deux voiles de carbone de 10 g/m<sup>2</sup> (8000018, Hollingsworth & Vose) ont été utilisées pour la fabrication des préformes à l'exception de la préforme PES-4-NS qui a été fabriquée sur un matériel de base en alcool polyvinylique (PVA) qui a été retiré par dissolution dans l'eau avant l'étape d'injection.

Une couture de type zigzag avec un point noué modifié a été utilisée pour la fixation de la fibre de carbone. Une densité de couture de 10 points/cm<sup>2</sup> a été utilisée. Trois différents matériaux de fils de couture ont été sélectionnés pour le projet : le polyester (PES), le Nomex® et le Kevlar®. Les propriétés des différents fils sont rapportées dans le Tableau 3.1. Des fils ayant un diamètre similaire ont été sélectionnés afin de minimiser l'impact des différents diamètres sur les propriétés mesurées. Le diamètre n'étant spécifié dans les fiches techniques ceux-ci ont été estimés à l'aide d'une variation de l'équation de Peirce [72] :

$$d = \sqrt{\frac{\delta}{\rho\tau} \frac{4}{10^3\pi}} \quad (3.1)$$

où  $d$  est le diamètre,  $\delta$  est le titrage du fil,  $\rho$  est la masse volumique du matériau et  $\tau$  est le coefficient de compaction. Un coefficient de compaction carré (0,7854) a été utilisé pour les estimations de diamètre [73].

Deux types de fabrication d'échantillon ont été étudiés lors de ce projet: la fabrication «*net shape*» (-NS) et la fabrication de panneaux destinés à la découpe (-P). Les différentes configurations de préformes étudiées sont répertoriées dans le Tableau 3.2. Les préformes «*net shape*» ont été fabriquées aux dimensions de 254 x 25.4 mm (10" x 1") telles que suggérées par l'ASTM-D3039. Les préformes pour les panneaux ont été fabriquées aux dimensions de 305 x 165 mm (12" x 6.5") afin de pouvoir retirer les boucles introduites par le changement de direction de la machine.

Tableau 3.1: Propriétés des fils de couture utilisés pour la fabrication des préformes

Nom commercial	Masse linéique (TEX)	Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	Diamètre [ $d_s$ ] (mm)	Type
#122 Super Brite Polyester®	24	1,37	0.17	Trilobal multifilament
Super Safe™ Nomex®	27	1,44	0.18	Staple-Spun
Craq-Spun® Kevlar®	20	1,38	0.15	Stretch broken-Spun

Deux différentes épaisseurs de préformes ont été fabriquées : quatre couches  $[0/90]_5$  ainsi que huit couches  $[0/90]_{25}$ . Ces configurations ont été sélectionnées afin de représenter un cas d'application sur une pièce réelle. Pour les préformes de type panneau de huit couches, du polyester, du Kevlar® ainsi que du Nomex® ont été utilisés comme fil de couture.

Des panneaux de référence (NCF-4-P) ont aussi été fabriqués à partir de tissus sans embuvage (TC-18-N, Texonic). Ce tissu est composé de la même fibre de carbone que celle utilisée dans la fabrication TFP (HTS40 12K, Tenax) et pourra donc fournir une base de comparaison.

Les préformes ont été imprégnées par le CDCQ avec de la résine époxy (marine 820/824, Adtech) par «*Resin Transfer Molding*» (RTM) dans des moules fermés en aluminium. Des cales métalliques ont été utilisées afin d'ajuster la profondeur des moules pour les différentes épaisseurs de préformes. Une presse hydraulique avec plateaux chauffants (CMG 100H, Monarch) a été utilisée afin de contrôler la température et d'assurer l'étanchéité durant la fabrication.

Les préformes ont été imprégnées en deux étapes. Tout d'abord, la préforme a été infusée à température pièce avec assistance du vide. Ensuite, la pression d'injection a été augmentée à 3,45 Bar afin de saturer la préforme de résine. La polymérisation de la résine a été effectuée pendant 24h à une température de 30°C et une post-cuisson a été effectuée à une température de 100°C pour une durée de 4h.

Tableau 3.2 : Configuration des préformes

Nomenclature	Dimensions (mm)	Laminé	Matériau de couture	Matériau de support
NCF-4-P	305x165	[0/90] <sub>s</sub>	-	-
PES-4-NS	254x25.4	[0/90] <sub>s</sub>	Polyester	PVA
PES-4-P	305x165	[0/90] <sub>s</sub>	Polyester	Voile de carbone
PES-8-NS	254x25.4	[0/90] <sub>2s</sub>	Polyester	Voile de carbone
PES-8-P	305x165	[0/90] <sub>2s</sub>	Polyester	Voile de carbone
Nomex-8-P	305x165	[0/90] <sub>2s</sub>	Nomex®	Voile de carbone
Kevlar-8-P	305x165	[0/90] <sub>2s</sub>	Kevlar®	Voile de carbone

### 3.2 Méthode de caractérisation des échantillons

Différentes méthodes ont été utilisées afin de caractériser le matériau composite utilisé dans ce projet. L'analyse des ratios volumiques des constituants ainsi que le traitement d'images générées par micrographie et microtomographie ont été utilisés.

### 3.2.1 Ratios volumiques

Le ratio volumique de chaque constituant a été évalué. Le ratio volumique a été déterminé à l'aide de la masse volumique et la masse de chacun des constituants. La masse des fibres de renfort et des fils de couture dans la préforme a été déterminée au Groupe CTT en mesurant la masse de chacune des bobines avant et après la fabrication de la préforme. La masse du voile a été déterminée à l'aide de sa masse surfacique ainsi que les dimensions de la préforme. Le taux de résine a été déterminé au CDCQ en mesurant la masse de l'échantillon avant et après l'imprégnation.

### 3.2.2 Micrographies

Des micrographies ont été effectuées sur différents échantillons afin de déterminer la qualité de l'imprégnation, le taux volumique de fibre à l'intérieur du toron ainsi que les dimensions compactées de la fibre de carbone. Le logiciel libre d'analyse d'image FIJI (image J, [74, 75]) a été utilisé afin de faire les mesures. La Figure 3.1 illustre un exemple de la méthode utilisée pour la prise de mesure des dimensions du toron sur l'échantillon PES-4-NS.

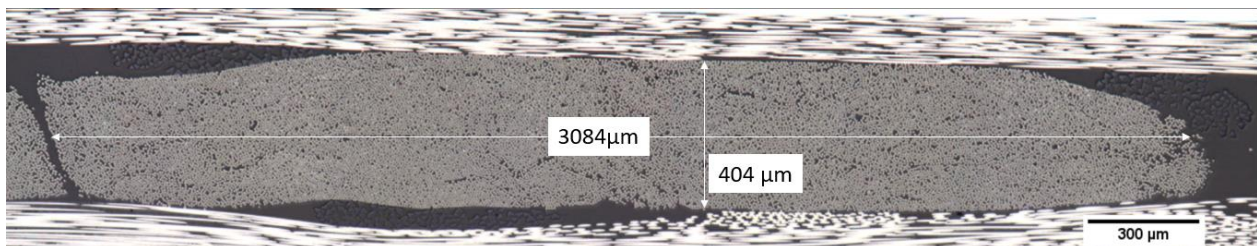


Figure 3.1: Dimensions du toron de fibre de carbone compacté, grossissement de 100X

Le taux de vide ainsi que le ratio volumique de fibre intratoron  $c_f^{micro}$  ont été évalués à l'aide d'une technique de segmentation d'image par niveaux de gris. La Figure 3.2 démontre un exemple de segmentation d'une image de micrographie du toron. Le seuil du niveau de gris a été ajusté afin d'obtenir visuellement une bonne définition de la fibre de carbone (rouge) et de la résine (gris) dans l'image.

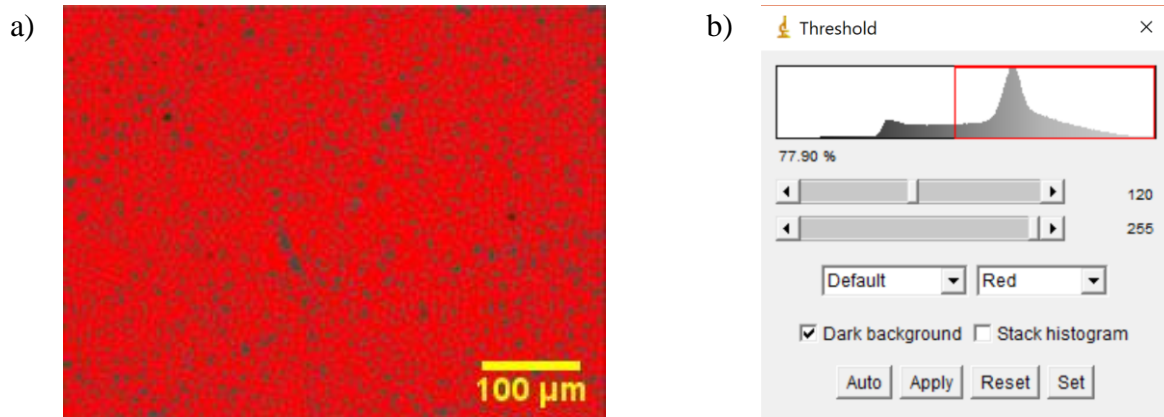


Figure 3.2 : Segmentation d'image par niveau de gris a) image segmentée des fibres de carbone (rouge) et de la résine (gris) b) histogramme de la distribution du niveau de gris dans l'image segmentée

### 3.2.3 Microtomographies

Une microtomographie a été effectuée sur quatre coupons au Laboratoire sur les Alliages à Mémoire et Systèmes Intelligents (LAMSI) de l'École des Technologies Supérieures (ÉTS) à l'aide d'une machine à rayon X (XTH 225, Nikon). Le coupon PES-4-1-NS a été numérisé seul tandis que les trois autres coupons ont été numérisés ensemble en les séparant avec des cales. Un logiciel de reconstruction (CT-pro 3D, Nikon) et de traitement d'image (Dragonfly, Object Research Systems) a été utilisé pour obtenir les images de microtomographie. Les paramètres utilisés pour la numérisation des différents échantillons sont rapportés dans le Tableau 3.3. Une tension de 125 kV et un courant de 56 μA a été utilisé pour l'ensemble des échantillons. Un filtre de cuivre de 0.1mm a été utilisé pour la numérisation de l'échantillon PES-4-1-NS. Une dimension de voxel de 17.725 microns a été obtenue pour l'échantillon PES-4-1-NS et de 21.151 microns pour les autres échantillons.



Tableau 3.3 : Paramètres de la numérisation de tomographie

Échantillon	Voltage [kV]	Ampérage [μA]	Filtre	Grosseur du voxel [micron]
PES-4-1-NS	125	56	Cuivre 0.1 mm	17.725
PES-4-4-P	125	56	-	21.151
PES-8-1-P	125	56	-	21.151
Nomex-8-1-P	125	56	-	21.151

### 3.3 Résultats de la caractérisation

#### 3.3.1 Taux de vide

Le taux de vide des échantillons a été évalué à l'aide d'images de micrographies. Celui-ci a été estimé à moins de 0.3%. Son effet a été jugé négligeable et ne sera pas pris en compte dans cette étude.

#### 3.3.2 Propriétés du toron

À l'aide des images de micrographies, les dimensions moyennes ainsi que le ratio volumique à l'intérieur du toron ont été déterminés. Le ratio volumique de fibres dans le toron a été estimé à partir de la moyenne de 669 images de micrographies ayant été segmentées dans différentes régions des échantillons. Un résumé des propriétés mesurées est présenté dans le Tableau 3.4. Un ratio volumique intratoron moyen de 68.1% a été obtenu. Une épaisseur moyenne de 0.402mm et une largeur moyenne de 3.7mm des torons compactés ont été mesurées.

Tableau 3.4 : Propriété du toron après imprégnation

	<b>Ratio volumique intratoron</b> [v <sub>fy</sub> ]	<b>Épaisseur du toron</b> [t <sub>y</sub> ]	<b>Largueur du toron</b> [w <sub>y</sub> ]
Moyenne	68.1%	0.402mm	3.7mm
Écart type	0.5%	0.006mm	0.1mm
Coefficient de variation	0.7%	1.5%	2.7%

### 3.3.3 Ratios volumiques des constituants

Le Tableau 3.5 présente les masses des différents constituants dans les configurations de préformes fabriquées. Comme certaines préformes avaient déjà été fabriquées sans avoir mesuré la masse des constituants, certaines valeurs ont dû être estimées à partir des résultats des autres échantillons.

Tableau 3.5: Masse des constituants des préformes

<b>Nomenclature</b>	<b>Carbone</b> $W_f$ (g)	<b>Voile</b> $W_v$ (g)	<b>Fil de fixation</b> $W_{fs}$ (g)	<b>Fil de canette</b> $W_{fc}$ (g)	<b>Résine</b> $W_m$ (g)
PES-4-NS	80,0*	0	3,4*	3,2*	43,5
PES-4-P	77,5*	1,0	3,4*	3,2*	39,5
PES-8-NS	155,0*	1,0	12,3*	6,5*	99,7
PES-8-P	155,0*	1,0	12,3*	6,5*	92,1
Nomex-8-P	155,0	1,0	12,4	6,5	92,1
Kevlar-8-P	155,0	1,0	7,7	4,6	94,8

\* valeur estimée

Le Tableau 3.6 présente les ratios volumiques des constituants pour les différentes préformes fabriquées. Le ratio volumique des constituants a été déterminé selon :

$$c_i = \frac{W_i \rho_i}{\sum W_i \rho_i} \quad (3.2)$$

où  $c_i$  est le ratio volumique du constituant,  $W_i$  est la masse du constituant et  $\rho_i$  est la masse volumique du constituant.

Tableau 3.6 : Ratio volumique des constituants des préformes

Nomenclature	Carbone $c_f$	Voile $c_v$	Fil de fixation $c_{fs}$	Fil de canette $c_{fc}$	Résine $c_m$
PES-4-NS	50.6%*	N/A	2.8%*	2.6%*	44.0%
PES-4-P	51.6%*	0.7%	2.9%*	2.7%*	42.0%
PES-8-NS	45.8%*	0.3%	4.7%*	2.3%*	47.0%
PES-8-P	47.3%*	0.3%	4.8%*	2.5%*	45.0%
Nomex-8-P	47.3%	0.3%	4.8%	2.5%	45.0%
Kevlar-8-P	48.1%	0.3%	2.9%	1.7%	47.0%

\* valeur estimée

### 3.3.4 Ratio volumique de fibres dans l'épaisseur

La distribution du ratio volumique de fibres  $c_f$  dans l'épaisseur a été déterminée à l'aide des images obtenues par microtomographie. L'analyse a été effectuée sur des images de coupe qui ont été générées à l'aide d'un logiciel d'analyse d'image (FIJI, Image J [74, 75]). Une image de coupe a été générée pour chaque couche de voxels dans la direction de l'épaisseur des coupons. Une segmentation par niveaux de gris a été effectuée sur chacune des images afin de déterminer le ratio volumique de poche de résine. Le ratio volumique de résine a été estimé en utilisant un ratio volumique de 68.1% à l'intérieur du toron tel que déterminé à la Section 3.2.2 . La Figure 3.3

montre un exemple de mesure du taux volumique de renfort sur l'échantillon PES-4-1-NS. La Figure 3.3 a) montre un exemple d'image de segmentation. Le renfort peut y être observé en blanc tandis que la matrice y est représentée en rouge. La Figure 3.3 b) montre l'histogramme du niveau de gris de l'image segmentée. Le seuil du niveau de gris utilisé pour la segmentation a été choisi afin d'obtenir un ratio volumique de résine similaire à celui mesuré expérimentalement dans la Section 3.3.3. Le Tableau 3.7 présente les paramètres et les mesures de la segmentation d'images des échantillons. L'épaisseur a été évaluée à l'aide du nombre d'images et de la dimension des voxels de l'échantillon.

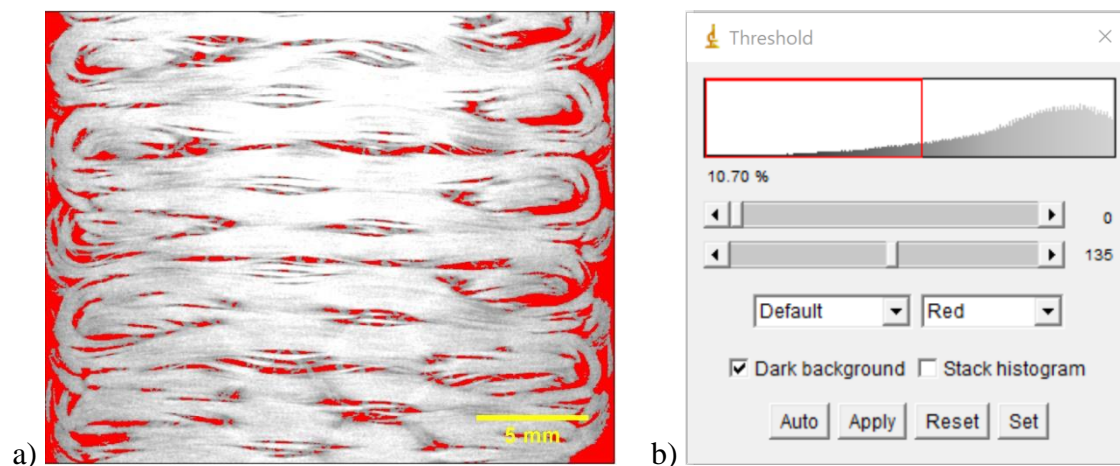


Figure 3.3 : Mesure du ratio volumique de la résine : a) image de coupe segmentée montrant les fibres de renfort (blanc) et la résine (rouge) b) histogramme de la distribution du niveau de gris dans l'image segmentée

Tableau 3.7 : Résultats de la segmentation d'image des échantillons numérisés

Échantillon	Nombre d'images	Épaisseur [mm]	Ratio volumique global de résine
PES-4-1-NS	100	$1.75 \pm 0.09$	43,96%
PES-4-4-P	84	$1.8 \pm 0.1$	41,93%
PES-8-1-P	178	$3.7 \pm 0.2$	44,93%
Nomex-8-1-P	177	$3.7 \pm 0.2$	44,91%

Les courbes de distribution du taux volumique de résine en fonction de l'épaisseur ont été tracées. Un exemple de courbe pour l'échantillon Nomex-8-1-P est illustré sur la Figure 3.4. Une variation du taux volumique de résine a été observée dans l'épaisseur de l'échantillon. La transition entre les couches du laminé peut être observée sur le graphique par les extremums locaux de la courbe. Aucune démarcation claire n'a pu être identifiée pour la transition entre la première couche et la couche de résine. Pour des fins pratiques, cette transition a été fixée à 50% de taux volumique de résine.

Les propriétés mesurées par la segmentation des images de tomographie sont rapportées dans le Tableau 3.8 ainsi que le Tableau 3.9 pour les échantillons à quatre couches et à huit couches, respectivement. La moyenne du ratio de résine, l'amplitude de variation et l'épaisseur de chacune des couches y sont rapportées. Les erreurs ont été évaluées comme étant l'écart type des mesures pour la moyenne du ratio de résine et la dimension d'un voxel pour l'épaisseur.

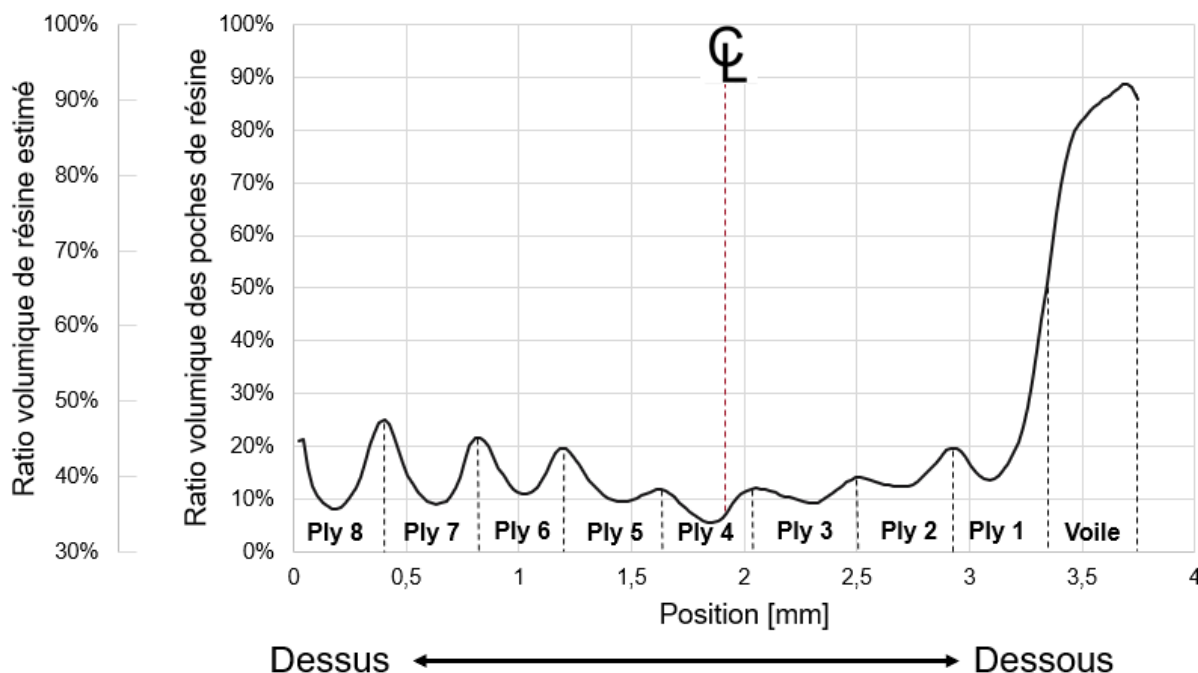


Figure 3.4 : Distribution du ratio volumique de résine dans l'épaisseur de l'échantillon Nomex-8-1-P

De manière générale, la valeur moyenne du taux volumique de poche de résine est minimale au centre de l'échantillon. Ceci s'explique par la séquence de laminage qui est symétrique et qui présente donc deux couches de renfort dans la même orientation en son centre. Ceci permet donc aux fibres de ces couches de s'imbriquer et de combler certains défauts créés par le fil de couture sur le plan médian. Tel qu'observé dans le Tableau 3.8 et le Tableau 3.9, la première couche possède généralement un taux de poches de résine élevé (14% à 27%). Ceci est causé par l'introduction de défauts par les nœuds des fils couture remontant et séparant les fibres de renfort dans la couche supérieure. Les nœuds causent aussi une couche très riche en résine (74.3% à 79.4%) au niveau du matériel de support.

Tableau 3.8 : Propriétés mesurées pour les échantillons de quatre couches

Couche	PES-4-1-NS			PES-4-4-P		
	Ratio moyen de résine (%)	Amplitude de variation (%)	Épaisseur ( $\mu\text{m}$ )	Ratio moyen de résine (%)	Amplitude de variation (%)	Épaisseur ( $\mu\text{m}$ )
<b>4</b>	$13 \pm 5$	13	$390 \pm 18$	$5 \pm 4$	12	$360 \pm 21$
<b>3</b>	$12 \pm 3$	10	$350 \pm 18$	$11 \pm 2$	7	$360 \pm 21$
<b>2</b>	$13 \pm 3$	9	$430 \pm 18$	$10 \pm 3$	9	$380 \pm 21$
<b>1</b>	$20 \pm 8$	31	$370 \pm 18$	$14 \pm 8$	30	$400 \pm 21$
<b>Nœuds</b>	$76 \pm 15$	43	$140 \pm 18$	$74 \pm 9$	30	$170 \pm 21$

Les variations observées dans les couches peuvent être attribuées principalement à la géométrie des poches de résines causées par le fil de couture prenant typiquement une forme d'entonnoir tel qu'illustré à la Figure 2.1 b). Une plus grande variation du taux volumique de résine peut être observée dans la première couche et la couche de résine. Ceci est principalement causé par les défauts introduits par les nœuds des fils de couture. Un phénomène d'amplification des variations dans les couches supérieures peut aussi être observé. Cette augmentation progressive est attribuable à la variation de tension du fil de couture dans l'épaisseur du composite. La tension du fil de couture étant proportionnelle à sa distance avec la couche de support, les défauts hors plan causés par le fil de couture sont donc plus prononcés avec l'augmentation du nombre de couches.

La limitation technique induite par le procédé de tomographie a conduit à l'utilisation d'une résolution relativement faible (18 à 21  $\mu\text{m}$  par pixel). Une légère variation de l'épaisseur entre chaque couche peut être observée. Ceci pourrait être causé par le fait qu'il y a de la déformation hors plan dans les torons et de l'imbrication entre les couches. La transition entre les couches n'étant pas franche, l'épaisseur mesurée est donc approximative.

Tableau 3.9 : Propriétés mesurées pour les échantillons de huit couches

Couche	PES-8-1-P			Nomex-8-1-P		
	Ratio moyen de résine (%)	Amplitude de variation (%)	Épaisseur ( $\mu\text{m}$ )	Ratio moyen de résine (%)	Amplitude de variation (%)	Épaisseur ( $\mu\text{m}$ )
<b>8</b>	$15 \pm 5$	16	$420 \pm 21$	$15 \pm 6$	17	$380 \pm 21$
<b>7</b>	$17 \pm 2$	5	$360 \pm 21$	$14 \pm 5$	15	$380 \pm 21$
<b>6</b>	$13 \pm 1$	4	$420 \pm 21$	$15 \pm 4$	11	$360 \pm 21$
<b>5</b>	$11 \pm 2$	5	$380 \pm 21$	$12 \pm 3$	10	$400 \pm 21$
<b>4</b>	$10 \pm 2$	5	$420 \pm 21$	$9 \pm 2$	6	$400 \pm 21$
<b>3</b>	$14 \pm 2$	5	$470 \pm 21$	$11 \pm 1$	5	$440 \pm 21$
<b>2</b>	$19 \pm 1$	3	$360 \pm 21$	$14 \pm 2$	7	$400 \pm 21$
<b>1</b>	$27 \pm 8$	28	$420 \pm 21$	$21 \pm 15$	30	$380 \pm 21$
<b>Nœuds</b>	$78 \pm 15$	39	$320 \pm 21$	$79 \pm 6$	38	$400 \pm 21$

### 3.3.5 Orientation des fibres de renfort

L'orientation des fibres dans le plan ( $\omega_{\text{in}}$ ) et hors plan ( $\omega_{\text{out}}$ ) a été déterminée à l'aide des images de coupe de la tomographie. La Figure 3.5 illustre une représentation des angles d'ondulation des fibres. Un logiciel d'analyse d'image (Image J, NIH) a été utilisé pour générer les images de coupe ainsi que la prise de mesure. Le centre du toron a été tracé manuellement à l'aide d'une série de points tels qu'illustrés à la Figure 3.6. Les coordonnées des points ont été utilisées pour calculer l'orientation locale et l'orientation moyenne des torons dans l'image. Quatre mesures par couche ont été effectuées dans le plan et hors du plan pour chaque échantillon numérisé.



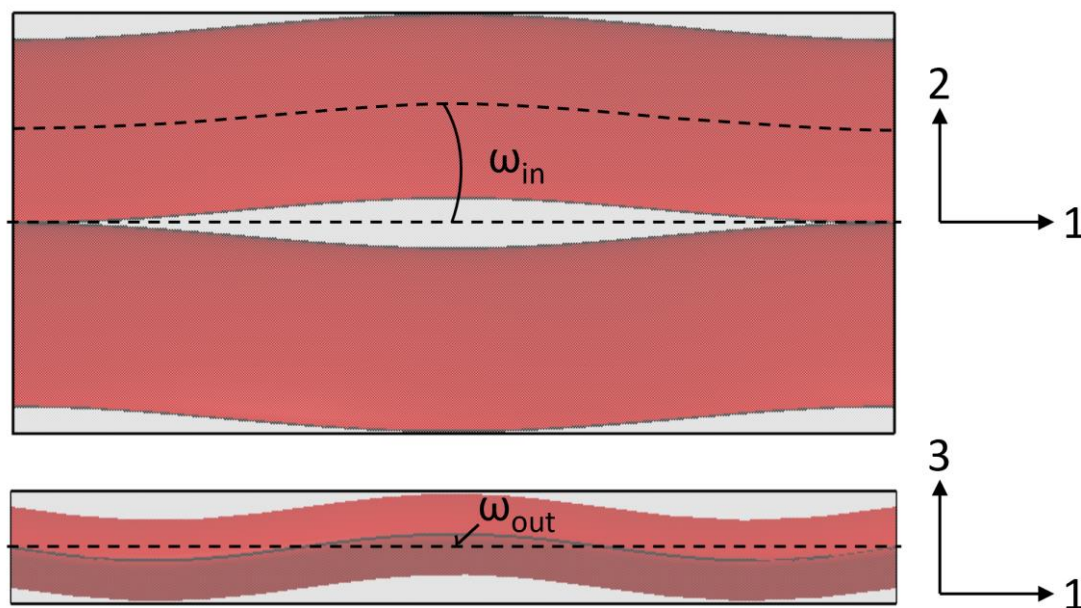


Figure 3.5 : Illustration de l'angle d'ondulation du renfort dans le plan ( $\omega_{in}$ ) et hors plan ( $\omega_{out}$ )

Le Tableau 3.10 rapporte les angles de déviations moyens par rapport à l'angle nominal dans le plan ( $\omega_{in}$ ) et hors plan ( $\omega_{out}$ ) pour les couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . L'angle mesuré pour les couches à  $0^\circ$  est plutôt constant avec une valeur moyenne de  $6^\circ$  et de  $3^\circ$  pour l'angle dans le plan et hors plan, respectivement. Cependant, un écart moyen de  $2,0^\circ \pm 0,8^\circ$  et  $1,1^\circ \pm 1,6^\circ$  peut être observé pour l'orientation dans le plan et hors plan entre les angles de déviation des couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . L'angle de  $13,8^\circ$  dans le plan pour les fibres à  $90^\circ$  de l'échantillon PES-4-1-NS est causé par les boucles introduites par la méthode de fabrication des préformes aux dimensions finales. Pour les préformes découpées à partir de plaques, la différence est causée par la compression des fibres à  $90^\circ$  dans le moule lors de l'injection. Dans le but d'éviter la création d'un canal d'écoulement de la résine sur les bords de la pièce, un mastic scellant a été utilisé. Ceci a eu pour effet de comprimer les fils dans la direction de la largeur de la plaque et ainsi créer une déformation supplémentaire. La Figure 3.7 illustre la déformation hors plan causée par la compression dans le moule sur l'échantillon PES-8-1-P. Les zones gris pâle représentent les fibres parallèles à la direction de coupe tandis que les zones gris foncé représentent les fibres perpendiculaires à la coupe. Il peut y être observé que les fibres à  $0^\circ$  sont bien alignées, mais que ça n'est pas le cas des fibres à  $90^\circ$ .

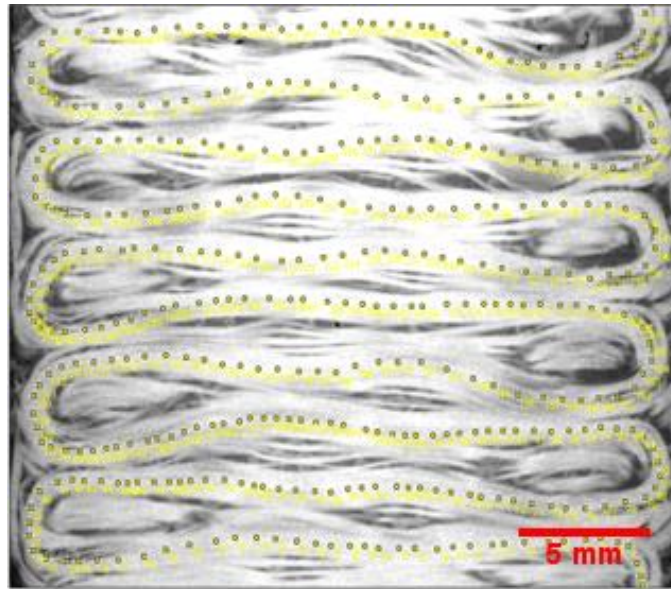


Figure 3.6 : Tracé manuel du centre du toron dans le plan pour une couche à  $90^\circ$  de l'échantillon PES-4-1-NS. La droite entre chaque point est utilisée pour calculer la déviation instantanée par rapport à l'angle nominal

Tableau 3.10 : Déviation des fibres de renfort dans les échantillons comparativement à la valeur nominale

Échantillon	$\omega_{in} [0^\circ]$ (°)	$\omega_{in} [90^\circ]$ (°)	$\omega_{out} [0^\circ]$ (°)	$\omega_{out} [90^\circ]$ (°)
PES-4-1-NS	$5.6 \pm 0.7$	$13.8 \pm 0.7$	$2.7 \pm 0.6$	$3 \pm 1$
PES-4-4-P	$5 \pm 1$	$7.9 \pm 0.7$	$2.7 \pm 0.3$	$3.4 \pm 0.3$
PES-8-1-P	$6.6 \pm 0.9$	$8 \pm 1$	$3.5 \pm 0.9$	$7 \pm 2$
Nomex-8-1-P	$5.9 \pm 0.6$	$7.5 \pm 0.8$	$3.2 \pm 0.7$	$3.2 \pm 0.5$

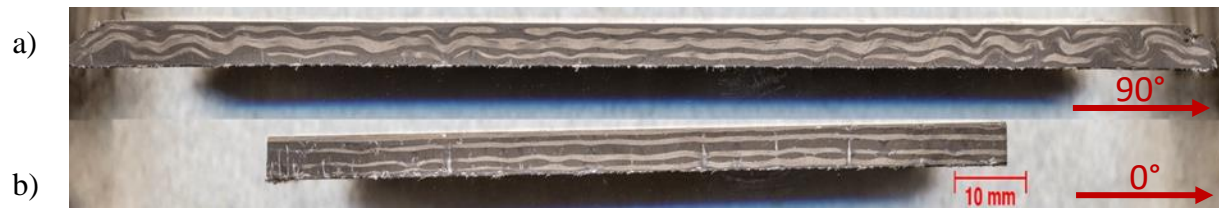


Figure 3.7 : Orientation des fibres dans l'échantillon PES-8-1-P : a) coupe transverse démontrant une forte ondulation du renfort dans les extrémités des couches à  $90^\circ$  b) coupe longitudinale démontrant une bonne orientation du renfort dans les couches à  $0^\circ$

### 3.4 Conclusion

La caractérisation géométrique des échantillons a permis de déterminer plusieurs éléments nécessaires à la création du modèle d'homogénéisation analytique. Ainsi, la mesure des masses des différents constituants a été utilisée afin d'obtenir leur taux volumique respectif. La microscopie a servi à obtenir le ratio volumique intra toron ainsi que les dimensions compactées du toron. Finalement, le profil de variation du ratio volumique de résine dans l'épaisseur ainsi l'orientation des fibres dans le composite ont été obtenus à l'aide d'images de tomographie. Chacune de ces valeurs sera utilisée pour la modélisation des différents échantillons dans le modèle développé.

## CHAPITRE 4 MODÈLE D'HOMOGENÉISATION ANALYTIQUE POUR COMPOSITES FABRIQUÉS PAR BRODERIE

La Section 4 présente le modèle d'homogénéisation en champ moyen développé dans l'optique d'estimer les propriétés mécaniques d'un composite fabriqué par broderie. L'emphasis a été mise sur la minimisation du nombre de paramètres d'entrée requis afin d'obtenir une utilisation simple et limitant le nombre de caractérisations à effectuer. Le modèle d'homogénéisation a été implémenté sous MATLAB.

Le modèle développé utilise des modèles d'homogénéisation analytiques : la méthode de décomposition et d'homogénéisation en trois étapes telle qu'introduite dans les travaux de Pierard et al. [56] ainsi qu'une compensation de la courbure basée sur les travaux de Petriccione et al. [1] présentés dans la Section 2.2 de la revue de littérature. La séquence de calcul utilisée est présentée à la Figure 4.1. Les propriétés des différents constituants sont utilisées afin d'obtenir les propriétés effectives du toron ainsi que du fil de couture. En parallèle, les propriétés de fabrication sont utilisées pour définir une courbe guide modélisant le parcours du centre du toron de renfort ainsi que le fil de couture. Une décomposition est ensuite faite suivant les courbes guide pour créer les différentes phases. Une matrice de rotation est ensuite évaluée pour chacune des phases. À l'aide des propriétés effectives obtenues par l'homogénéisation microscopique ainsi que les matrices de rotation des différentes phases, une homogénéisation mésoscopique multiphasique permet d'obtenir le tenseur de rigidité effectif du composite.

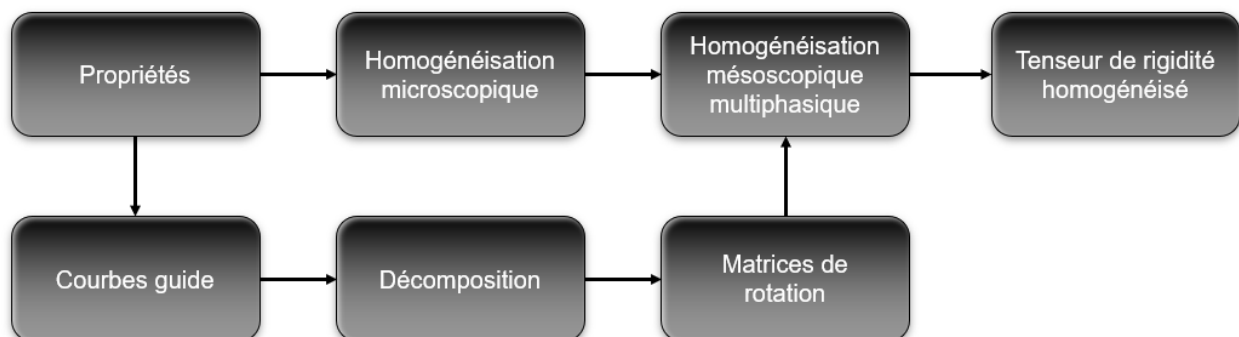


Figure 4.1: Algorithme démontrant les étapes utilisées dans le modèle d'homogénéisation développé

## 4.1 Entrées du modèle d'homogénéisation

Afin de diminuer les coûts et le temps nécessaire pour la caractérisation, une partie du travail présenté ici a consisté à réduire au maximum le nombre de paramètres d'entrée du modèle. Une description des différents paramètres nécessaires ainsi que les hypothèses utilisées sont données ci-dessous.

### 4.1.1 Hypothèses des constituants

Quelques hypothèses ont été posées pour les différents constituants du composite. La matrice est considérée isotrope et la présence de vide dans celle-ci est négligée. Les fibres de renfort ainsi que le fil de couture ont été considérés isotrope transverse. L'adhérence entre la fibre et la matrice est supposée parfaite. Le ratio volumique de fibres à l'intérieur du toron de même que l'épaisseur des couches sont considérés constants dans le composite. La couche composée des nœuds du fil de couture ainsi que le matériel de base ont été considérés comme un composite ayant un renfort à orientation aléatoire.

### 4.1.2 Paramètres du composite

En plus des propriétés des constituants, quelques paramètres du composite sont nécessaires pour la modélisation. Trois ratios volumiques sont utilisés pour les calculs: le ratio volumique de renfort  $c_f$  (excluant les fils de couture), le ratio volumique des fils de couture uniquement  $c_{fs}$  et le ratio volumique microscopique  $c_f^{micro}$ . Ce dernier a été considéré identique pour le renfort et les fils de couture. L'épaisseur du toron compacté  $t_y$  est aussi nécessaire afin de déterminer le parcours du fil de couture.

### 4.1.3 Paramètres de fabrication de la préforme

Trois autres paramètres de fabrication sont aussi nécessaires pour la modélisation: le pas de couture de la machine  $p$ , l'espacement des coutures  $s$  et le diamètre du fil de couture  $d$ . La Figure 4.2 illustre le pas et l'espacement d'une couture zigzag.

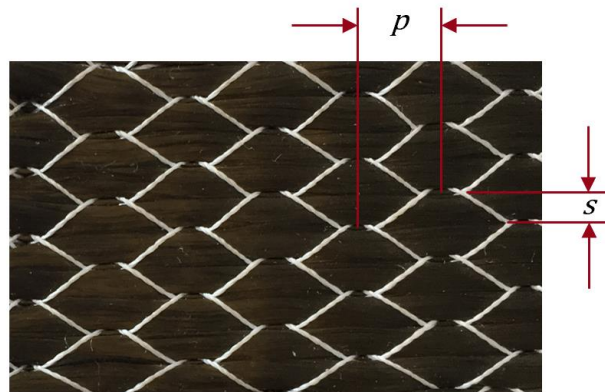


Figure 4.2 : Paramètres de la couture zigzag d'une préforme fabriqué par TFP illustrant le pas de couture  $p$  et l'espacement entre les coutures  $s$

## 4.2 Compensation pour la courbure

Afin de bien représenter le comportement des torons et à cause de leur anisotropie, il est nécessaire de prendre en compte leur orientation. Pour cela, une courbe guide a été définie et cette dernière a été utilisée pour calculer la rotation appropriée des propriétés mécaniques.

### 4.2.1 Courbes guides

La prise en compte de la courbure des fibres de renfort ainsi que les fils de couture ont été effectués à l'aide d'une adaptation en 3D des travaux de Petriccione et al. [1]. À la suite des observations effectuées à la Section 3.3.5, deux types de courbe guide ont été utilisés pour définir le parcours des fibres. Tout d'abord, une courbe de type cosinusoidale dans le plan et sinusoidale hors plan a été utilisée pour modéliser le parcours de la fibre de renfort :

$$y = a_{in} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad z = a_{out} \sin\left(\frac{3\pi x}{\lambda}\right) \quad (4.1)$$

où  $a_{in}$  et  $a_{out}$  est l'amplitude de l'ondulation dans le plan et hors plan respectivement et  $\lambda$  est la longueur d'onde. Les paramètres utilisés pour la modélisation de la courbe guide sont illustrés à la Figure 4.3. L'amplitude d'ondulation peut aussi être liée au diamètre du fil de couture utilisé. L'erreur entre la courbe mesurée à la Section 3.3.5 et la courbe approximée n'a pas été estimée.

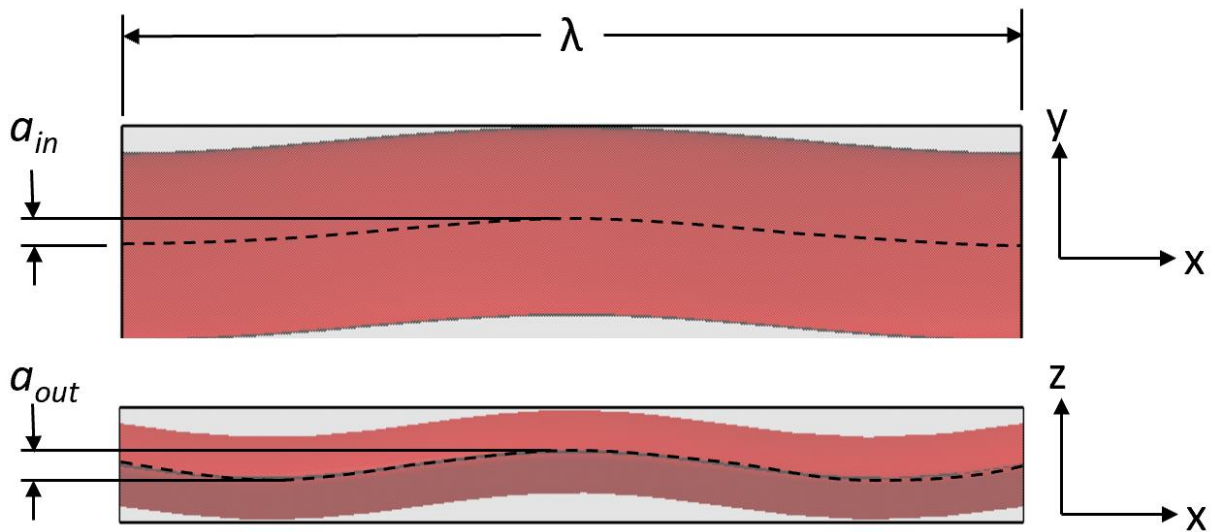


Figure 4.3 : Paramètres de modélisation de la courbe guide du renfort illustrant la longueur d'onde  $\lambda$ , l'amplitude dans le plan  $a_{in}$  et l'amplitude hors plan  $a_{out}$

Une courbe de type spline cubique a été utilisée pour la modélisation du fil de couture. Tel que listée dans le Tableau 4.1, une série de 10 points de contrôle ont été définis à partir des paramètres de fabrication; le pas de couture  $p$ , l'espacement des coutures  $s$  ainsi que le diamètre du fil de couture  $d$ . La Figure 4.4 illustre un exemple de parcours de fil de couture tracé à l'aide des paramètres précédents.

Tableau 4.1: Liste des points de contrôle de la spline pour la courbe guide  
du fil de couture

Point	Coordonnées		
	X	Y	Z
1	0	0	0
2	$\frac{pd}{s}$	0	0
3	$\frac{pd}{s}$	$d$	$t_y$
4	$\frac{p}{s}(s - d)$	$s - d$	$t_y$
5	$\frac{p}{s}(s - d)$	$s$	0
6	$p + \frac{pd}{s}$	$s$	0
7	$p + \frac{pd}{s}$	$s - d$	$t_y$
8	$p + \left[\frac{p}{s}(s - d)\right]$	$d$	$t_y$
9	$p + \left[\frac{p}{s}(s - d)\right]$	0	0
10	$2p$	0	0



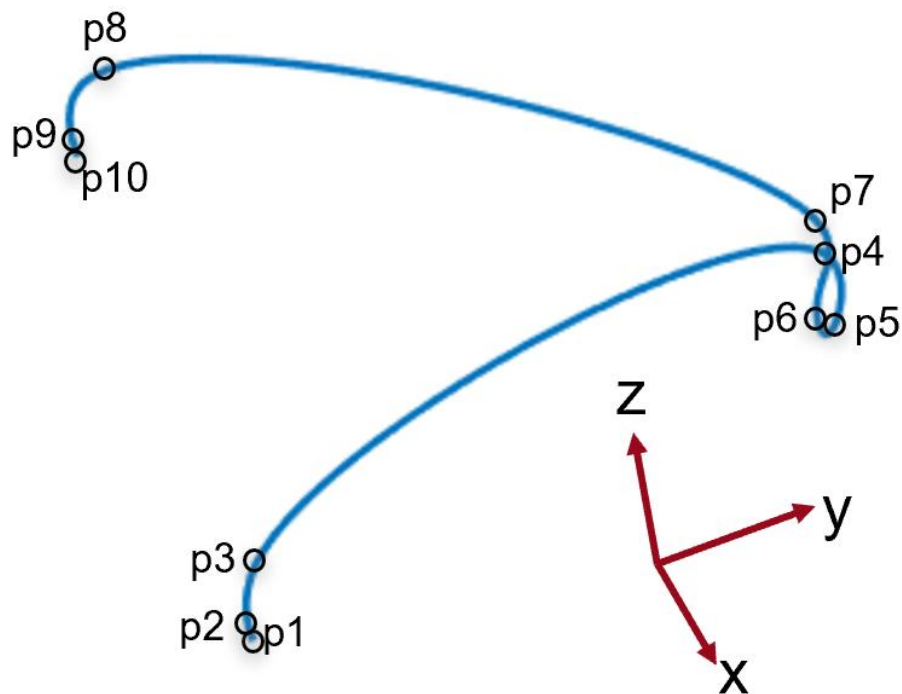


Figure 4.4 : Illustration des points de contrôle utilisés pour la génération de la spline guide des fils de couture

## 4.2.2 Rotation des propriétés

Les courbes guides définies à la Section 4.2.1 ont été discrétisées et ont été dérivées afin d'obtenir un vecteur d'orientation. La Figure 4.5 illustre un exemple des vecteurs d'orientation pour la spline guide des fils de couture. Les vecteurs d'orientation obtenus ont été utilisés pour déterminer la matrice de passage nécessaire pour effectuer la rotation à chaque pas de distance. La formule de rotation de Rodrigues [76] a été utilisée pour le calcul de la matrice de rotation :

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} + \mathbf{K} + \mathbf{K}^2 \left( 1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_1}{|\mathbf{k}|} \right) \quad (4.2a)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -k_3 & k_2 \\ k_3 & 0 & -k_1 \\ -k_2 & k_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{v} \times \mathbf{e}_1 \quad (4.2c)$$

où  $\mathbf{P}$  est la matrice de rotation,  $\mathbf{I}$  est la matrice identité,  $\mathbf{v}$  est le vecteur d'orientation de la fibre,  $\mathbf{e}_1$  est le vecteur unitaire dans la direction nominale de la fibre et  $k_1, k_2, k_3$  est la valeur du vecteur  $\mathbf{k}$  dans la direction 1,2 et 3 respectivement.

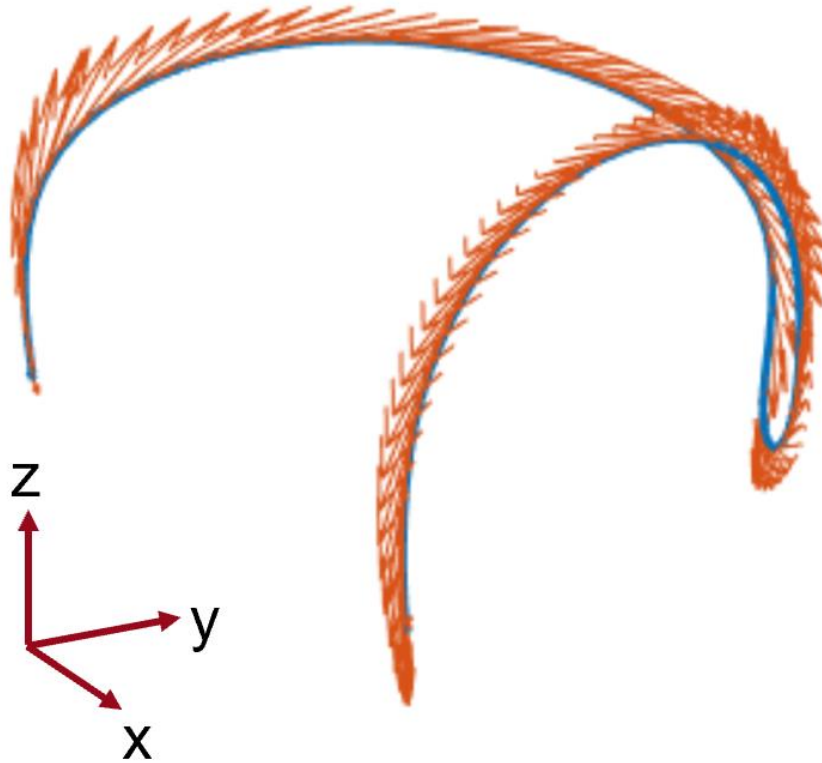


Figure 4.5 : Vecteurs d'orientation générés à chaque point de la subdivision de la spline guide du fil de couture utilisés pour la rotation des tenseurs

La matrice de rotation obtenue est ensuite utilisée pour faire la rotation du tenseur de rigidité unidirectionnel selon :

$$C_{mnop}^{rot} = P_{im}P_{jn}P_{ko}P_{lp}C_{ijkl}^{uni} \quad (4.3)$$

### 4.3 Modèles d'homogénéisation utilisés

Plusieurs modèles d'homogénéisation ont été appliqués au cours de ces travaux de maitrise. Les modèles utilisés ainsi que les choix justifiant leur utilisation sont présentés ci-dessous.

#### 4.3.1 Modèle d'homogénéisation microscopique

Une homogénéisation microscopique unidirectionnelle a été effectuée sur les différentes fibres à l'aide du schéma de Lielens [52] avec des inclusions cylindriques. Ce modèle a été sélectionné pour la précision de ses résultats sur une grande plage de ratio volumique d'inclusion et de contraste de rigidité entre l'inclusion et la matrice. Les inclusions cylindriques ont été approximées par des ellipsoïdes avec un rapport de forme très élevé ( $L/d = 10^5$ ) dans le calcul du tenseur d'Eshelby [50]. Ce rapport de forme a été jugé suffisamment élevé selon l'expérience pour une bonne approximation, cependant son impact n'a pas été validé.

#### 4.3.2 Modèle d'homogénéisation multiphasique

Le modèle de Voigt a été choisi afin de faire l'homogénéisation mésoscopique des différentes phases ayant subi des rotations. Ce modèle a été sélectionné pour sa simplicité ainsi que pour la validité de ses résultats pour des inclusions ayant des propriétés et des orientations différentes tel que conseillé dans les travaux de Pierard et al. [56]. À la suite de l'homogénéisation microscopique, le ratio volumique des inclusions peut être évalué selon:

$$c_f^{meso} = \frac{c_f}{c_f^{micro}} \quad (4.4)$$

où  $c_f^{meso}$  est le ratio volumique de l'inclusion homogénéisée,  $c_f$  est le ratio volumique global de fibres dans le VER et  $c_f^{micro}$  est le ratio volumique de fibre intra toron. Le calcul du tenseur de rigidité effectif peut donc s'écrire sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{C}} = (1 - c_f^{meso} - c_{fs}^{meso})\mathbf{C}_M + c_f^{meso} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_f^{rot,i} + c_{fs}^{meso} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_s^{rot,i} \quad (4.5)$$

où  $\tilde{\mathbf{C}}$  est le tenseur de rigidité homogénéisé,  $\mathbf{C}_M$  est le tenseur de rigidité de la matrice et  $\mathbf{C}_f^{rot,i}$  et  $\mathbf{C}_s^{rot,i}$  sont les tenseurs de rigidité après rotation au pas de distance  $i$  pour le renfort et le fil de couture, respectivement. Les tenseurs de rigidité avant rotation  $\mathbf{C}_f$  et  $\mathbf{C}_s$  ont été déterminés à l'aide du modèle d'homogénéisation de Lielens. L'utilisation de ce modèle est motivée par les mêmes raisons que pour l'homogénéisation microscopique.

### 4.3.3 Modèle d'homogénéisation aléatoire

Un modèle d'homogénéisation aléatoire a été utilisé pour l'homogénéisation de la couche de couture. Le modèle d'homogénéisation aléatoire de Benveniste avec le modèle de Mori-Tanaka a été utilisé sous sa formulation intégrale :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_{mnop}^{rand} &= \mathbf{C}_{mnop}^m \\ &+ \frac{c_f}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_{im}(\boldsymbol{\theta}) P_{jn}(\boldsymbol{\theta}) P_{ko}(\boldsymbol{\theta}) P_{lp}(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{C}_{mnop}^f \\ &- \mathbf{C}_{mnop}^m) A_{rskl}^{MT} \sin(\theta) d\theta d\varphi d\beta \end{aligned} \quad (4.6a)$$

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\varphi \cos\beta - \sin\varphi \sin\beta & -\cos\theta \cos\varphi \sin\beta - \sin\varphi \cos\beta & \sin\theta \cos\varphi \\ \cos\theta \sin\varphi \cos\beta + \cos\varphi \sin\beta & -\cos\theta \sin\varphi \sin\beta + \cos\varphi \cos\beta & \sin\theta \sin\varphi \\ -\sin\theta \cos\beta & \sin\theta \sin\beta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4.6b)$$

Où  $P(\boldsymbol{\theta})$  est la matrice de passage avec les angles d'Euler et  $A^{MT}$  est le tenseur de localisation des déformations du modèle de Mori-Tanaka. Les intégrales ont été évaluées à l'aide de quadratures de Gauss ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_{mnop}^{rand} &= C_{mnop}^m \\
&+ \frac{C_f}{8\pi^2} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R P_{im}(\boldsymbol{\theta}) P_{jn}(\boldsymbol{\theta}) P_{ko}(\boldsymbol{\theta}) P_{lp}(\boldsymbol{\theta}) (C_{mnop}^f \\
&- C_{mnop}^m) A_{rskl}^{MT} \sin(\theta) W_{pqr}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

où P, Q et R sont le nombre de points d'intégration pour les variables  $\theta$ ,  $\varphi$  et  $\beta$  respectivement et  $W_{pqr}$  est le produit des pondérations de Gauss pour les différentes variables.

## 4.4 Conclusion

Dans la Section 4, le modèle d'homogénéisation a été présenté. Tout d'abord, l'algorithme utilisé pour les calculs a été introduit. Ensuite, les différentes entrées nécessaires pour le modèle ont été décrites. La méthode de compensation pour la courbure a ensuite été définie. Finalement, les différents modèles d'homogénéisation utilisés pour les étapes de calculs ont été explicités. Le modèle de Lielens a donc été utilisé pour la première étape d'homogénéisation, le modèle de Voigt a été choisi pour la seconde étape et finalement le modèle de Mori-Tanaka aléatoire a été choisi pour la couche de coutures.

## CHAPITRE 5 VALIDATION DU MODÈLE D'HOMOGENÉISATION

### 5.1 Homogénéisation des échantillons

Une estimation des propriétés effectives a été effectuée pour chacune des configurations présentées au Tableau 3.2 à l'exception de la préforme NCF-4-P. Le modèle développé a été utilisé pour homogénéiser les propriétés effectives de chacune des couches qui ont ensuite été assemblées à l'aide d'une théorie des laminés. Les résultats obtenus ont été confrontés à des essais de traction dans la Section 5.2. De plus, une configuration sans fils de couture a été simulée afin de pouvoir être comparée aux résultats des simulations par la méthode des éléments finis de la Section 5.3.

#### 5.1.1 Paramètres d'entrée du modèle

Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés pour les simulations sont présentées dans le Tableau 5.1. Les fibres de carbone, de Nomex® et de Kevlar® sont considérées isotropes transverses. Cinq propriétés mécaniques ont été utilisées pour définir les matériaux isotropes transverses : le module de traction longitudinal ( $E_l$ ), le module de traction transverse ( $E_t$ ), le module de cisaillement ( $G_{lt}$ ), le coefficient de Poisson longitudinal ( $\nu_{lt}$ ) et le coefficient de Poisson transverse ( $\nu_{tt}$ ). Le polyester ainsi que l'époxy sont considérés isotropes. Le module longitudinal du carbone HTS40 a été obtenu à partir de la fiche technique de Teijin [77]. Cependant, certaines propriétés ne sont pas spécifiées dans la fiche technique. Ces dernières ont été estimées à partir du carbone T300 [78]. Aucune information sur les propriétés mécaniques des différents fils de couture n'était disponible dans les fiches techniques. Les propriétés du Nomex® ont donc été estimées à partir de propriétés de cœur en nid d'abeille en Nomex® [79]. Le module longitudinal du Kevlar® a été obtenu à partir de la fiche technique [80] tandis que le restant des propriétés ont été obtenus à partir de [78]. Aucune donnée n'a pu être obtenue dans la littérature pour les fibres de polyester. Ces dernières sont donc modélisées à partir d'un PET isotrope [81]. Les propriétés de l'époxy ont été obtenues à partir de tests de tractions effectués par le CDCQ.

Tous les tests ont été effectués avec un ratio volumique à l'intérieur des torons de  $c_{fs} = 0.68$ . Une épaisseur de  $t_y = 0.4$  mm a été utilisée comme épaisseur de toron compacté. Le pas et l'espacement des coutures programmés dans la machine TFP ont été utilisés avec des valeurs de  $p = 5$  mm et  $s = 2$  mm, respectivement. Les valeurs d'amplitude dans le plan et hors plan ont été

estimées à partir du diamètre de fil de couture. Une valeur de  $a_{in} = d_y$  et  $a_{out} = 0.75 d_y$  a été utilisée pour l'amplitude dans le plan et hors plan respectivement.

Tableau 5.1 : Propriétés des matériaux utilisés dans les simulations

<b>Matériau</b>	<b><math>E_l</math> (GPa)</b>	<b><math>E_t</math> (GPa)</b>	<b><math>G_{lt}</math> (GPa)</b>	<b><math>\nu_{lt}</math> (-)</b>	<b><math>\nu_{tt}</math> (-)</b>
HTS40 [77, 78]	240,0	14,0	9,0	0,2	0,25
Nomex® [79]	4,6	3,3	1,6	0,21	0,21
Kevlar® [78, 80]	83,0	4,2	2,9	0,35	0,35
Polyester	3,5	-	-	0,38	-
Époxy	3	-	-	0,35	-

Tels qu'illustrés à la Figure 5.1, deux types de modélisation ont été effectués pour chacune des configurations. Dans un premier cas, une variation du ratio volumique de chaque couche simulant la distribution mesurée par tomographie a été utilisée. De plus, une augmentation linéaire du ratio volumique du fil de fixation en fonction de la couche a aussi été utilisée afin de simuler la variation de la quantité de fils dans chaque couche induite par le procédé de fabrication. Dans le deuxième cas, le taux volumique de renfort a été maintenu constant dans chacune des couches à l'exception de la première couche. Les résultats des microtomographies mettent en évidence un taux de renfort approximativement 10% inférieur à la moyenne des couches supérieures (voir Tableau 3.8 et Tableau 3.9 pour les résultats détaillés). Cette variation a donc été prise en compte lors de la génération du modèle. Un exemple de la distribution des ratios volumiques est donné dans le Tableau 5.2. La distribution de chacune des configurations simulées est disponible en Annexe D.

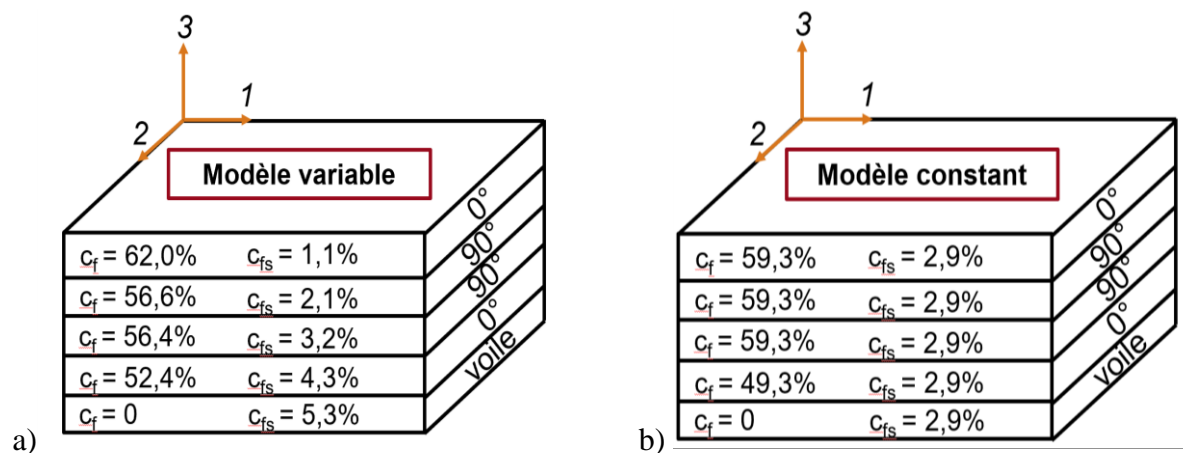


Figure 5.1 : Illustration de la méthode de modélisation à ratios volumiques constants a) et à ratios volumiques variables b) dans les couches du laminé

Tableau 5.2 : Exemple de distribution des ratios volumique des constituants de l'échantillon PES-4-P pour la méthode à ratios variables et constants

	Variable				Constant			
Couche	Taux volumique (c <sub>f</sub> )							
	Carbone	Fil de fixation	Fil de canette	Voile	Carbone	Fil de fixation	Fil de canette	Voile
4	62.0%	1.1%	0	0	59.3%	2.9%	0	0
3	56.6%	2.1%	0	0	59.3%	2.9%	0	0
2	56.4%	3.2%	0	0	59.3%	2.9%	0	0
1	52.4%	4.3%	0	0	49.3%	2.9%	0	0
Nœuds	0	5.3%	30.5	7.2%	0	2.9%	30.5%	7.2%
Moyenne globale	51.7%	2.9%	2.7%	0.7%	51.7%	2.9%	2.7%	0.7%



Le module effectif du composite a été obtenu à l'aide de la théorie des laminés [82]. L'épaisseur de chaque couche de renfort a été considérée comme constante et la couche de nœuds a été considérée comme 9% de l'épaisseur du laminé. Cette épaisseur est une moyenne obtenue expérimentalement à l'aide des résultats de tomographie disponibles dans le Tableau 3.8 et le Tableau 3.9. Le Tableau 5.3 présente une comparaison des résultats entre la méthode de modélisation LIE-Voigt avec ratios volumiques variables et ratios constants. Une faible différence peut être observée entre les méthodes pour le module de traction avec une erreur maximale de 4.4%. Il peut aussi être observé que l'approximation donne de meilleurs résultats pour les laminés à huit couches avec une erreur inférieure à 1%. Un gain du nombre de modélisations nécessaires pour simuler le laminé peut aussi être observé pour les coupons à huit couches tandis que le gain est moins important pour le laminé de quatre couches. La méthode constante, ne nécessitant pas de caractérisation autre que la fraction volumique globale des différents constituants, peut s'avérer beaucoup plus pratique d'utilisation dans un milieu industriel comparativement à la méthode variable qui requiert de connaître le ratio volumique des constituants dans chaque couche.

Tableau 5.3 : Comparaison des résultats du module de traction et du nombre de simulations pour la méthode variable et constante

<b>Échantillon</b>	<b>E<sub>1</sub> Variable (GPa)</b>	<b>Nombre de modélisations</b>	<b>E<sub>1</sub> Constant (GPa)</b>	<b>Nombre de modélisations</b>	<b>Différence (%)</b>
PES-4-NS	60.14	5	59.09	4	1.7
PES-8-NS	54.39	9	54.64	4	0.5
PES-4-P	63.17	5	60.39	3	4.4
PES-8-P	56.48	9	56.49	3	0.0
Nomex-8-P	55.89	9	56.12	3	0.4
Kevlar-8-P	58.35	9	58.76	3	0.7

## 5.2 Comparaison aux essais mécaniques

Les résultats ont été validés à l'aide d'essais de traction. Les coupons provenant de panneaux ont été découpés à l'aide d'une scie au diamant lubrifiée à l'eau et les coupons fabriqués avec préformes net shape ont été testés sans altération. Cinq coupons ont été testés pour chacune des configurations.

Toutes les configurations ont été testées selon la norme ASTM-D3039 à une vitesse de 2mm/min. Les coupons NCF-4-P et PES-4-NS ont été testés sur une machine de traction électromécanique (5584-150kN, Instron) avec une jauge de déformation. Les autres coupons ont été testés sur une machine de traction servo hydraulique (MTS810-100kN, MTS) avec un système de corrélation d'images (DIC) (VIC3D, Correlated solution). Un extensomètre a été utilisé de pair avec les autres systèmes de mesure de déformation afin de déterminer la validité des résultats. Les résultats obtenus par DIC et jauges de déformation ont démontré des résultats comparables.

Le graphique à la Figure 5.2 présente la comparaison entre les résultats des essais mécaniques et les modèles LIE-Voigt. Les modélisations à valeurs constantes ainsi que des homogénéisations unidirectionnelles avec le schéma de Lielens y sont comparées. Il peut être observé qu'à l'exception de l'échantillon PES-8-NS, le modèle a tendance à surestimer le module de rigidité du composite avec une erreur maximale de 8.5%. Cependant, une nette amélioration peut être observée comparativement aux résultats sans compensation obtenus à l'aide du schéma de Lielens. En effet, une diminution de l'erreur allant jusqu'à 10,3% pour l'échantillon PES-4-NS peut être observée.

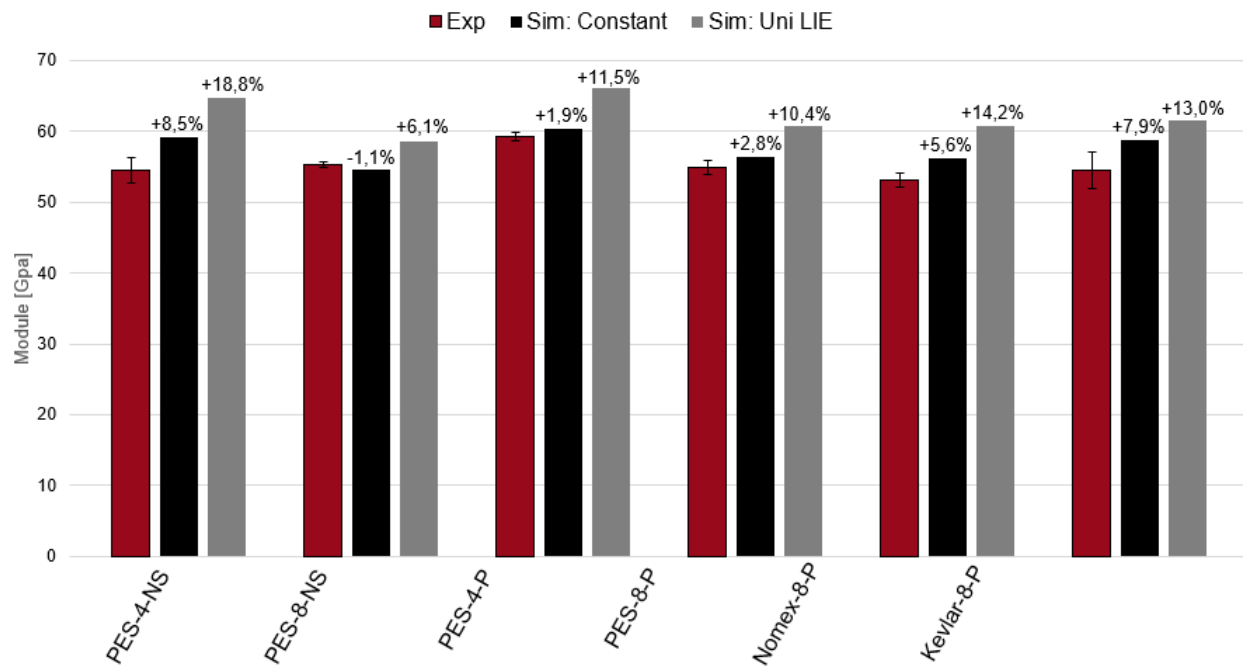


Figure 5.2 : Comparaison du module de rigidité obtenu par essais mécaniques et par homogénéisation pour les différentes configurations de laminés testés

### 5.3 Comparaison aux modèles d'éléments finis

Un modèle d'homogénéisation par la méthode des éléments finis a été mis en place afin de vérifier la validité des résultats obtenus par le modèle analytique. La géométrie étant difficile à mailler efficacement, la méthode d'homogénéisation utilisant les éléments imbriqués proposée par Tabatabaei et Lomov [83] a été utilisée. Un logiciel d'éléments finis commercial (ABAQUS, Dassault Systèmes) a été utilisé pour la préparation, la résolution ainsi que le post-traitement des résultats de chacun des cas d'homogénéisation par la méthode des éléments finis présentés ci-dessous.

### 5.3.1 Homogénéisation par la méthode des éléments finis

Un modèle d'homogénéisation par la méthode des éléments finis a été implanté afin d'effectuer une validation du modèle développé. La méthode des éléments imbriqués expliquée dans la Section 2.3.4 a été utilisée afin de simplifier le maillage du VER.

#### 5.3.1.1 Propriétés des constituants

Le tenseur de rigidité de l'inclusion homogénéisée,  $\mathbf{C}_{micro}^f$ , a été obtenu par une méthode en champ moyen à l'aide du modèle de Lielens avec les propriétés présentées dans l'annexe C. Un tenseur de rigidité compensé,  $\mathbf{C}_{emb}^f$ , a été calculé en soustrayant la rigidité de la matrice.

$$\mathbf{C}_{micro}^f = \begin{bmatrix} 156,409 & 3,127 & 3,124 & 0 & 0 & 0 \\ 3,127 & 9,881 & 3,388 & 0 & 0 & 0 \\ 3,124 & 3,388 & 9,853 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,537 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9,333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9,401 \end{bmatrix} \quad (5.3a)$$

$$\mathbf{C}^m = \begin{bmatrix} 4,815 & 2,593 & 2,593 & 0 & 0 & 0 \\ 2,593 & 4,815 & 2,593 & 0 & 0 & 0 \\ 2,593 & 2,593 & 4,815 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,222 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,222 \end{bmatrix} \quad (5.3b)$$

$$\mathbf{C}_{emb}^f = \begin{bmatrix} 151,594 & 0,534 & 0,532 & 0 & 0 & 0 \\ 0,534 & 5,066 & 0,795 & 0 & 0 & 0 \\ 0,532 & 0,795 & 5,038 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4,315 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7,111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7,179 \end{bmatrix} \quad (5.3c)$$

### 5.3.1.2 Paramètres du modèle

La Figure 5.3 illustre le VER utilisé pour l'homogénéisation par la méthode des éléments finis. Les fils de coutures ont été omis afin de simplifier le modèle. Les dimensions du VER ont été définies en fonction de la longueur d'onde de la courbe guide,  $\lambda$ , ainsi que le ratio volumique de fibres désiré. La courbe guide utilisée pour l'extrusion des fibres a été modélisée selon l'équation (4.1) avec  $a_{in} = 0,26$  mm,  $a_{out} = 0,13$  mm et  $\lambda = 9,4$  mm. Une ellipse a été utilisée pour modéliser la section de la fibre avec un demi-petit axe de 0,8 mm et un demi-grand axe de 3,8 mm.

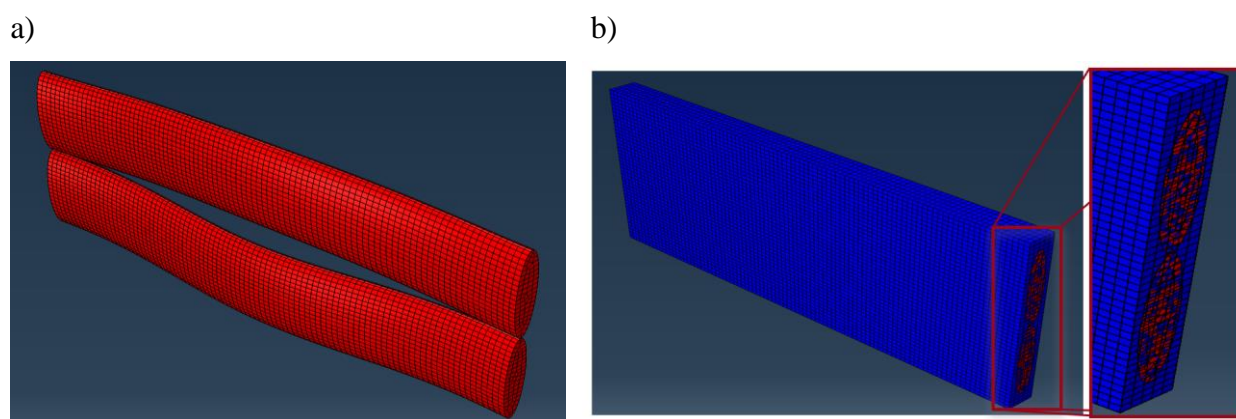


Figure 5.3 : VER utilisé pour l'homogénéisation mésoscopique a) maillage des fibres de renfort suivant un parcours curviligne et b) superposition du maillage des fibres de renfort et de la matrice créant une redondance de volume à l'emplacement du renfort

Cinq différents ratios volumiques ont été modélisés ( $c_f = [0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  et  $0.5]$ ). Avec les paramètres géométriques utilisés, un ratio volumique d'inclusions supérieures à 50% n'a pu être modélisé sans sortir de l'enveloppe de résine prismatique. En considérant un ratio volumique de 70% à l'intérieur du toron, le ratio volumique de fibres maximal pouvant être modélisé par ce modèle d'éléments finis est de 35%.

Les VER ont été maillés à l'aide d'éléments de type brique quadratique (C3D20R). Une étude de convergence en taille d'éléments a été effectuée sur le modèle, cependant la convergence n'a pu être atteinte sur les termes de cisaillement du tenseur (C44, C55 et C66). Le nombre de contraintes

provenant des conditions aux limites périodiques ainsi que des éléments imbriqués devenant très élevés lors de la diminution de la taille des éléments, le modèle n'a pu être résolu à une taille d'éléments suffisamment petite avec les ressources disponibles. Une dimension d'éléments de 0,05 étant la plus petite pouvant être utilisée, celle-ci a été utilisée pour le maillage des différents modèles. Des propriétés anisotropes ont été utilisées pour le matériau des fibres. Comme l'orientation du matériau est différente du repère global, une orientation a été définie pour chacun des éléments des fibres dans le modèle. Pour se faire, un script Python développé par le LabSFCA [84] a été utilisé. La Figure 5.4 illustre un exemple d'orientation sur une fibre d'un VER. Un maillage grossier a été utilisé afin de faciliter la visualisation de l'orientation.

Une condition limite de type périodique (PBC) a été appliquée sur les nœuds de chacune des faces à l'aide de contraintes sur les conditions limites. Un module d'extension d'ABAQUS (Homtools, LMA-CNRS [71]) a été utilisé pour la génération des équations de contrainte. Telle qu'illustrée dans le

Tableau 5.4 une déformation unidirectionnelle de 0,1% a été utilisée afin d'imposer le chargement pour les six différents cas. Cette déformation a été induite en imposant un déplacement sur trois points de référence (RP-i) créés pour la génération des équations de contrainte de Homtools.

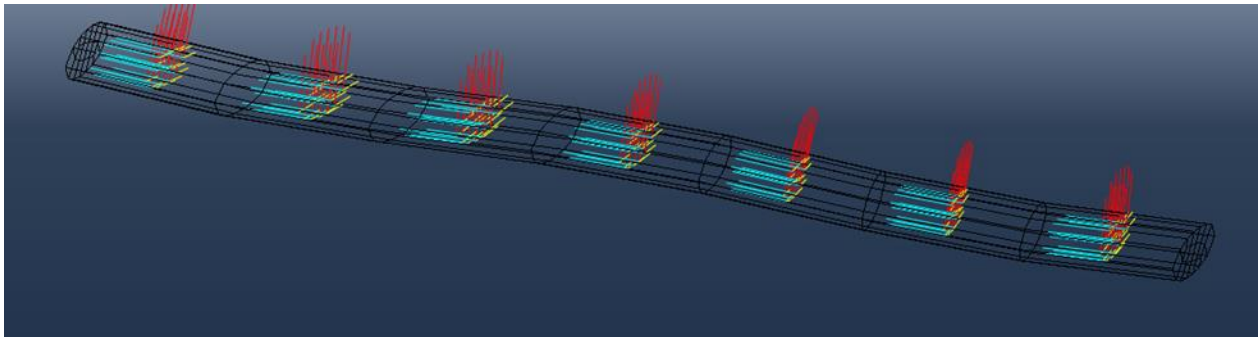


Figure 5.4 : Orientation des propriétés isotropes transverses du matériau dans les éléments d'un maillage grossier de la fibre de renfort

Tableau 5.4: Déformation imposée pour les différents cas de chargement

Cas de chargement	$\epsilon_{11}$	$\epsilon_{22}$	$\epsilon_{33}$	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{13}$	$\epsilon_{23}$
1	0,001	0	0	0	0	0
2	0	0,001	0	0	0	0
3	0	0	0,001	0	0	0
4	0	0	0	0,001	0	0
5	0	0	0	0	0,001	0
6	0	0	0	0	0	0,001

Un exemple de la distribution de contrainte après déformation pour le sixième cas de chargement ( $\epsilon_{23} = 0,001$ ) est montré à la Figure 5.5. Aucun problème n'a été observé lors de l'analyse des résultats du modèle d'éléments finis. L'empreinte de la fibre dans la matrice peut être observée sur la Figure 5.5 b) démontrant que la contrainte entre les éléments imbriqués a bien été appliquée.



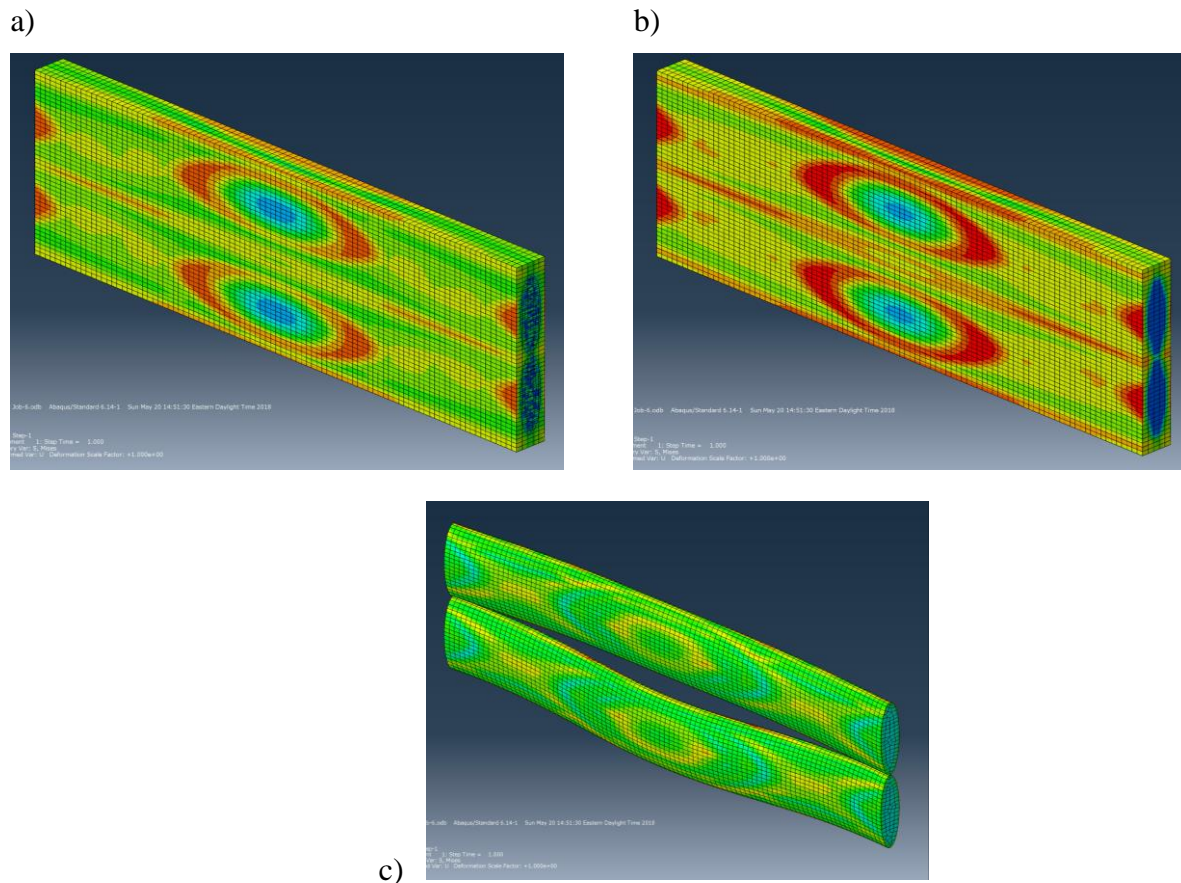


Figure 5.5 : Distribution de contrainte von Mises du cas de chargement  $\varepsilon_{23}$  pour le VER avec un taux volumique d'inclusions de 50%. L'échelle utilisée est du bleu pour les zones à faible contrainte au rouge pour les zones à contrainte élevée. a) les éléments du renfort et de la matrice superposés, b) la matrice seulement démontrant l'empreinte du renfort (bleu) et c) le renfort seulement

### 5.3.2 Comparaison des résultats du modèle d'éléments finis

Le post-traitement des résultats a été fait selon la méthode des forces de réaction aux points de référence [85]. Trois modèles analytiques ont été comparés, le modèle de Voigt, le modèle de Reuss ainsi que le modèle de Hill qui est une moyenne des résultats de Voigt et Reuss. Le modèle de Lielens a été utilisé pour la première étape d'homogénéisation pour tous les modèles.

La Figure 5.6 compare la diagonale des tenseurs de rigidité à différents ratios volumiques pour des méthodes analytiques ainsi que le modèle MÉF. Le modèle LIE-Reuss semble donner les meilleurs résultats pour les termes  $C_{22}$ ,  $C_{33}$  et  $C_{66}$ . Les termes  $C_{44}$  et  $C_{55}$  semblent mieux estimés par le modèle LIE-Hill. Cependant, seul le modèle LIE-Voigt prédit efficacement le terme  $C_{11}$ . Ainsi, pour cette dernière raison, le modèle de LIE-Voigt a été utilisé pour les homogénéisations avec coutures. Ce modèle surévalue légèrement le tenseur de rigidité effectif comparativement au modèle FEM, mais cette différence a été jugée acceptable dans le cadre du projet. Toutefois, il est à noter qu'aucune validation n'a pu être effectuée au taux de renfort volumique mesuré sur les échantillons de TFP ( $c_f \cong 0,5 \rightarrow c_{inclusion} \cong 0,75$ ).

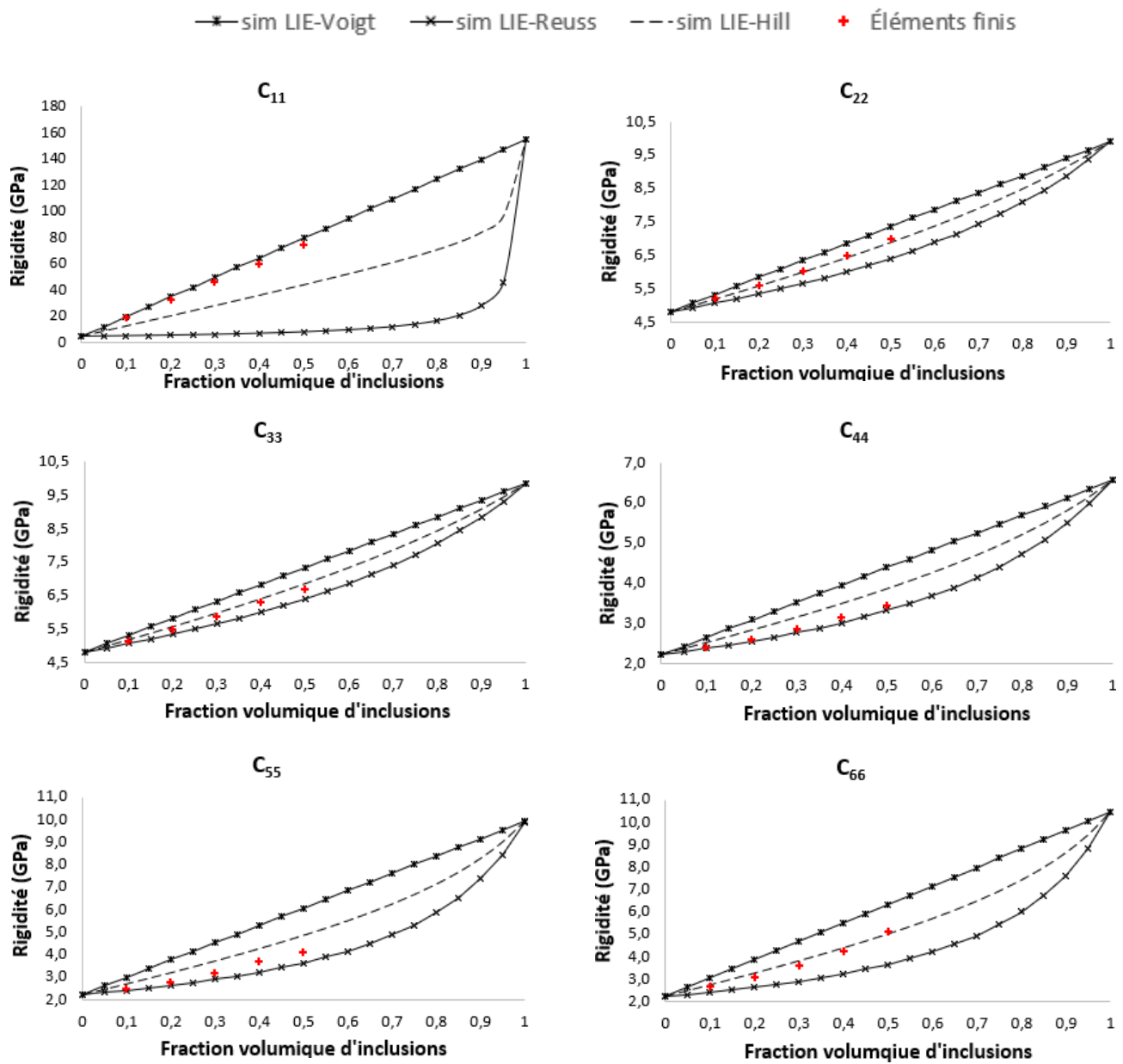


Figure 5.6 : Comparaison des résultats de la trace du tenseur de rigidité des modèles analytiques et FEM

## 5.4 Conclusion

La validation du modèle d'homogénéisation analytique a été effectuée. Tout d'abord, les résultats d'homogénéisation des échantillons ont été confrontés à des essais de traction. Une bonne estimation a été obtenue avec le modèle développé sur le module de rigidité en traction. Par la suite, une comparaison avec un modèle de type éléments finis a été effectuée. La convergence du modèle d'élément finis n'a pas été atteinte sur tous les termes du tenseur de rigidité, cependant les résultats montrent que le modèle semble être cohérent sur la plage de modélisation disponible par la méthode de modélisation par éléments finis.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Dans ce mémoire, un modèle d'homogénéisation des propriétés élastiques a été développé et testé pour des pièces simples fabriquées par broderie. Afin de développer le modèle, une caractérisation a été effectuée sur des échantillons ayant des épaisseurs, des méthodes de fabrication et des matériaux de couture différents, voir chapitre 3. Plusieurs méthodes de caractérisation telles que la mesure de la masse, la micrographie ainsi que la tomographie ont été utilisées afin de déterminer les différentes propriétés requises pour le modèle analytique. La masse des différents constituants a été utilisée afin de déterminer le ratio volumique de chacun de ceux-ci. La microscopie a été utilisée afin d'obtenir le ratio volumique moyen à l'intérieur des torons ainsi que les dimensions compactées du toron. La tomographie a été utilisée afin de déterminer la variation de ratio volumique dans l'épaisseur des échantillons ainsi que l'angle de déviation des fibres dans le plan et hors plan. Une forte variation du taux volumique de fibres dans l'épaisseur a été observée. Une variation du taux volumique de fibre allant jusqu'à 70% a été observée dans l'épaisseur des échantillons. Une déviation significative de l'axe des fibres a été mesurée dans les différents échantillons allant de 5 à 13.8° dans le plan et 2.7 à 7° hors plan.

Le modèle d'homogénéisation développé dans cette étude a été fait dans une optique de minimisation du temps et du nombre de caractérisations requis. Dans cette optique, seuls les différents ratios volumiques des constituants nécessitent une caractérisation. Le modèle développé lors de ces travaux est basé sur une homogénéisation analytique multiéchelle combinée à une méthode d'homogénéisation multiphasique par décomposition ainsi qu'une compensation pour la courbure. Le modèle de Lielens a été utilisé pour l'homogénéisation biphasique microscopique et mésoscopique et le modèle de Voigt a été utilisé pour l'assemblage des différentes phases. La compensation pour la courbure a été effectuée en effectuant une rotation des propriétés selon une courbe guide. Une courbe composée de deux sinusoïdales a été utilisée afin de simuler la déformation dans le plan et hors plan pour les fibres et une spline a été définie à l'aide des paramètres de fabrication pour les fils de couture.

Afin de valider la performance du modèle, des homogénéisations ont été effectuées pour les différentes configurations. Les résultats entre le modèle avec taux volumique variable dans l'épaisseur ont été comparés à un taux volumique constant. Le modèle avec un taux moyen semble donner une bonne approximation pour les échantillons à huit couches avec une erreur maximale de

0,7% sur le module E1. Cependant, une erreur plus élevée a été observée avec les échantillons à quatre couches avec une erreur maximale de 4,4% sur le module E1. Une comparaison a aussi été effectuée entre le module de traction E1 mesuré expérimentalement ainsi que le module simulé par le modèle développé et le modèle de Lielens sans compensation. Une bonne approximation du module a été effectuée avec le modèle développé. Une erreur maximale de 8,5% sur la différence configuration a été observée. De plus, une amélioration allant jusqu'à 10,3% a été observée comparativement au modèle de Lielens sans compensation. Les résultats du modèle analytique ont aussi été comparés à un modèle d'éléments finis. Les résultats du modèle analytique semblent être cohérents avec le modèle d'éléments finis, mais une limitation des ressources matérielle a empêché d'obtenir la convergence du modèle sur tous les termes du tenseur de rigidité.

La principale contribution de ce mémoire est le développement d'un modèle d'homogénéisation simple pour les composites fabriqués par broderie. L'outil développé dans le cadre de ce projet permettra aux différents partenaires du projet d'estimer facilement et rapidement l'impact de différents choix de conception sur les propriétés élastiques du matériau résultant. Cet outil se démarque par le fait que la double courbure des fibres de renfort ainsi que le fils de couture sont considérés tout en gardant une simplicité d'utilisation.

#### Recommandations de travaux futurs

1. **Application du modèle sur des géométries complexe :** Dans le cours de ces travaux, des échantillons simples et unidirectionnels ont été utilisés. Cependant, une validation des propriétés sur une géométrie complexe est toujours manquante. Cette application du modèle pourrait permettre la validation de certaines propriétés élastiques qui n'ont pu être réalisées au cours de cette étude.
2. **Utilisation des paramètres réels de la brodeuse :** Afin d'améliorer l'estimation des propriétés mécaniques lors de la conception de pièces, une communication entre la machine et le code d'homogénéisation serait pertinente. Ainsi, le parcours réel du dépôt de fibre pourrait être extrait du code machine et utilisé pour fin de calculs. Ceci pourrait permettre de simuler avec une plus grande précision des endroits critiques tel que des changements de direction du renfort. De plus, certains paramètres de la machine tels que le pas et

l'espacement de la couture pourraient devenir variables dans une même pièce et ainsi permettre la modélisation de pièces beaucoup plus complexes.

3. **Optimisation de pièces fabriquées par broderie :** Afin de maximiser le potentiel de la broderie, il pourrait être intéressant d'implémenter une boucle d'optimisation du parcours de fibre de la machine de broderie. Plusieurs études ont déjà été dédiées à l'optimisation de parcours de fibres par broderie [2, 12-14, 86]. L'implémentation de l'homogénéisation dans la boucle d'optimisation pourrait permettre d'améliorer la performance des pièces conçues.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. Petriccione *et al.*, "A stiffness volume averaging based approach to model non-crimp fabric reinforced composites," *Composites Science and Technology*, vol. 72, n° 2, p. 360-369, 2012.
- [2] K. Uhlig *et al.*, "Development of a highly stressed bladed rotor made of a cfrp using the tailored fiber placement technology," *Mechanics of Composite Materials*, vol. 49, n° 2, p. 201-210, 2013.
- [3] K. Uhlig *et al.*, "Meso-scaled finite element analysis of fiber reinforced plastics made by Tailored Fiber Placement," *Compos. Struct.*, vol. 143, p. 53-62, May 2016.
- [4] B. F. Tatting, "Analysis and design of variable stiffness composite cylinders," Virginia Tech, 1998.
- [5] C. Waldhart, "Analysis of tow-placed, variable-stiffness laminates," Virginia Tech, 1996.
- [6] S. Setoodeh *et al.*, "Design of variable-stiffness composite panels for maximum buckling load," *Compos. Struct.*, vol. 87, n° 1, p. 109-117, 2009.
- [7] K. H. Leong *et al.*, "The potential of knitting for engineering composites—a review," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, n° 3, p. 197-220, 2000/03/01/ 2000.
- [8] A. W. Van Vuure, F. K. Ko et C. Beevers, "Net-shape knitting for complex composite preforms," *Textile research journal*, vol. 73, n° 1, p. 1-10, 2003.
- [9] A. P. Mouritz *et al.*, "Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites," *Composites Part A: applied science and manufacturing*, vol. 30, n° 12, p. 1445-1461, 1999.
- [10] G. Gardiner, "Tailored Fiber Placement\_ Besting metal in volume production," *High-Performance Composites*, vol. 21, n° 5, p. 54, 2013, 54.
- [11] IPF, "Sketch of the principle of the tailored fiber placement manufacturing process," éd. Wikipedia, 2011.
- [12] E. G. Koricho *et al.*, "Innovative tailored fiber placement technique for enhanced damage resistance in notched composite laminate," *Compos. Struct.*, vol. 120, p. 378-385, 2015.
- [13] P. Crothers *et al.*, "Tailored fibre placement to minimise stress concentrations," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 28, n° 7, p. 619-625, 1997.
- [14] A. Spickenheuer *et al.*, "Using tailored fibre placement technology for stress adapted design of composite structures," *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 37, n° 5, p. 227-232, 2008.
- [15] H. Temmen, R. Degenhardt et T. Raible, "Tailored fibre placement optimization tool," communication présentée à ICAS-Secretariat—25th International Congress of Aeronautical Sciences, 2006.
- [16] P. Mattheij, K. Gliesche et D. Feltin, "Tailored Fiber Placement-Mechanical Properties and Applications," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 17, n° 9, p. 774-786, 1998/06/01 1998.



- [17] P. Mattheij, K. Gliesche et D. Feltn, "3D reinforced stitched carbon/epoxy laminates made by tailored fibre placement," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, n°. 6, p. 571-581, 2000.
- [18] A. Leipprand *et al.*, "Experimental and numerical analysis of material properties of unidirectional composites manufactured by tailored fiber placement," 2014, p. 2014-30.04.
- [19] A. Ogale et P. Mitschang, "Tailoring of textile preforms for fibre-reinforced polymer composites," *Journal of Industrial Textiles*, vol. 34, n°. 2, p. 77-96, 2004.
- [20] S. K. Sharma et B. V. Sankar, "Effects of through-the-thickness stitching on impact and interlaminar fracture properties of textile graphite/epoxy laminates," NASA, NASA Technical Reports Server, 1995.
- [21] R. Velmurugan et S. Solaimurugan, "Improvements in Mode I interlaminar fracture toughness and in-plane mechanical properties of stitched glass/polyester composites," *Composites Science and Technology*, vol. 67, n°. 1, p. 61-69, 2007.
- [22] K. A. Dransfield, L. K. Jain et Y.-W. Mai, "On the effects of stitching in CFRPs—I. Mode I delamination toughness," *Composites Science and Technology*, vol. 58, n°. 6, p. 815-827, 1998.
- [23] G. Bibo et P. Hogg, "The role of reinforcement architecture on impact damage mechanisms and post-impact compression behaviour," *Journal of Materials Science*, vol. 31, n°. 5, p. 1115-1137, 1996.
- [24] K. Dransfield, C. Baillie et Y.-W. Mai, "On stitching as a method for improving the delamination resistance of CFRPs," Minerals, Metals and Materials Society, Warrendale, PA (United States), 1993.
- [25] K. Dransfield, C. Baillie et Y.-W. Mai, "Improving the delamination resistance of CFRP by stitching—a review," *Composites Science and Technology*, vol. 50, n°. 3, p. 305-317, 1994.
- [26] R. Pelstring et R. Madan, "Stitching to improve damage tolerance of composites," International SAMPE Symposium and Exhibition, 34 th, Reno, NV, 1989, p. 1519-1528.
- [27] L. Jain *et al.*, "Improvement of interlaminar properties in advanced fibre composites with through-thickness reinforcement," *Cooperative Research Centre for Aerospace Structures Ltd., CRC-AS TM94012*, 1994.
- [28] K. A. Dransfield, C. A. Baillie et Y.-W. Mai, "The Mode II delamination fracture toughness of stitched CFRPs," International Aerospace Congress 1995: Proceedings; Second Pacific International Conference on Aerospace and Technology; Sixth Australian Aeronautical Conference, 1995, p. 211.
- [29] R. J. Palmer, M. B. Dow et D. L. Smith, "Development of stitching reinforcement for transport wing panels," NASA, NASA Technical Reports Server, 1991.
- [30] T. J. Kang et S. H. Lee, "Effect of stitching on the mechanical and impact properties of woven laminate composite," *Journal of composite materials*, vol. 28, n°. 16, p. 1574-1587, 1994.

- [31] I. Herszberg *et al.*, "The residual tensile strength of stitched and unstitched carbon/epoxy laminates impacted under tensile load," Proceedings of the First Australasian Congress on Applied Mechanics: ACAM-96, 1996, p. 309.
- [32] X. Du, F. Xue et Z. Gu, "Experimental study of the effect of stitching on strength of a composite laminate," Proceedings of the international symposium on composite materials & structures, 1986, p. 10-13.
- [33] U. Beier *et al.*, "Mechanical performance of carbon fibre-reinforced composites based on stitched preforms," *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, vol. 38, n°. 7, p. 1655-1663, 2007.
- [34] A. Mouritz, K. Leong et I. Herszberg, "A review of the effect of stitching on the in-plane mechanical properties of fibre-reinforced polymer composites," *Composites Part A: applied science and manufacturing*, vol. 28, n°. 12, p. 979-991, 1997.
- [35] J. H. Sinclair et C. C. Chamis, "Mechanical Behavior and Fracture Characteristics of Off-Axis Fiber Composites; 1-Experimental Investigation," NASA, 1977.
- [36] A. Kelly, *Concise encyclopedia of composite materials*: Elsevier, 2012.
- [37] S. Tsai, *Introduction to composite materials*: Routledge, 2018.
- [38] A. Mouritz, "Flexural properties of stitched GRP laminates," *Composites Part A: applied science and manufacturing*, vol. 27, n°. 7, p. 525-530, 1996.
- [39] N. E. Vandermeij, D. H. Morris et J. E. Masters, "Damage development under compression-compression fatigue loading in a stitched uniwoven graphite/epoxy composite material," 1991.
- [40] H. Heß et N. Himmel, "Structurally stitched NCF CFRP laminates. Part 1: Experimental characterization of in-plane and out-of-plane properties," *Composites Science and Technology*, vol. 71, n°. 5, p. 549-568, 2011.
- [41] N. Warrior, C. Rudd et S. Gardner, "Experimental studies of embroidery for the local reinforcement of composites structures: 1. Stress concentrations," *Composites science and technology*, vol. 59, n°. 14, p. 2125-2137, 1999.
- [42] A. L. Kalamkarov, I. V. Andrianov et V. V. Danishevs'kyy, "Asymptotic Homogenization of Composite Materials and Structures," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 62, n°. 3, p. 030802-030802-20, 2009.
- [43] M. Bornert, T. Bretheau et P. Gilormini, *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1: Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*: Hermes science, 2001.
- [44] L. Tong, A. P. Mouritz et M. K. Bannister, "Chapter 4 - Micromechanics Models for Mechanical Properties," dans *3D Fibre Reinforced Polymer Composites*, Oxford: Elsevier Science, 2002, p. 63-106.
- [45] Y. W. Kwon, D. H. Allen et R. Talreja, *Multiscale modeling and simulation of composite materials and structures* vol. 47: Springer, 2008.

- [46] L. Tartar, *The general theory of homogenization: a personalized introduction* vol. 7: Springer Science & Business Media, 2009.
- [47] C. C. Mei et B. Vernescu, *Homogenization Methods for Multiscale Mechanics*. Singapore, UNITED STATES: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 2014.
- [48] R. Hill, "The elastic behaviour of a crystalline aggregate," *Proceedings of the Physical Society. Section A*, vol. 65, n°. 5, p. 349, 1952.
- [49] Z. Hashin et S. Shtrikman, "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, n°. 2, p. 127-140, 1963.
- [50] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems," *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 241, n°. 1226, p. 376-396, 1957.
- [51] G. J. Weng, "The theoretical connection between Mori-Tanaka's theory and the Hashin-Shtrikman-Walpole bounds," *International Journal of Engineering Science*, vol. 28, n°. 11, p. 1111-1120, 1990/01/01/ 1990.
- [52] G. Lielens, "Micro-macro modeling of structured materials," *Universite Catholique de Louvain*, 1999.
- [53] Y. Benveniste, "A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials," *Mechanics of Materials*, vol. 6, n°. 2, p. 147-157, 1987/06/01/ 1987.
- [54] Y. Benveniste, G. Dvorak et T. Chen, "On diagonal and elastic symmetry of the approximate effective stiffness tensor of heterogeneous media," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 39, n°. 7, p. 927-946, 1991.
- [55] C. W. Camacho *et al.*, "Stiffness and thermal expansion predictions for hybrid short fiber composites," *Polymer Composites*, vol. 11, n°. 4, p. 229-239, 1990.
- [56] O. Pierard, C. Friebel et I. Doghri, "Mean-field homogenization of multi-phase thermo-elastic composites: a general framework and its validation," *Composites Science and Technology*, vol. 64, n°. 10-11, p. 1587-1603, 2004.
- [57] F. Edgren et L. E. Asp, "Approximate analytical constitutive model for non-crimp fabric composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, n°. 2, p. 173-181, 2005.
- [58] H. Moulinec et P. Suquet, "A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 157, n°. 1-2, p. 69-94, 1998.
- [59] M. Schneider, "An FFT-based fast gradient method for elastic and inelastic unit cell homogenization problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 315, p. 846-866, 2017.
- [60] A. Drach *et al.*, "Realistic FEA Modeling of 3D Woven Composites on Mesoscale," communication présentée à 19th International Conference on Composite Materials, Montreal, 2013.

- [61] F. Stig et S. Hallström, "A modelling framework for composites containing 3D reinforcement," *Compos. Struct.*, vol. 94, n°. 9, p. 2895-2901, 2012.
- [62] S. V. Lomov *et al.*, "Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms," *Composites Science and Technology*, vol. 67, n°. 9, p. 1870-1891, 2007.
- [63] F. Robitaille *et al.*, "Automatically generated geometric descriptions of textile and composite unit cells," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 34, n°. 4, p. 303-312, 2003.
- [64] I. Verpoest et S. V. Lomov, "Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis," *Composites Science and Technology*, vol. 65, n°. 15-16, p. 2563-2574, 2005.
- [65] Y. Miao *et al.*, "Mechanics of textile composites: Micro-geometry," *Composites Science and Technology*, vol. 68, n°. 7-8, p. 1671-1678, 2008.
- [66] A. El Mourid *et al.*, "Effect of temperature on the failure modes of a triaxially braided polymer matrix composite," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 97, p. 1-15, 2016.
- [67] S. Tabatabaei, S. V. Lomov et I. Verpoest, "Assessment of embedded element technique in meso-FE modelling of fibre reinforced composites," *Compos. Struct.*, vol. 107, p. 436-446, 2014.
- [68] Abaqus 6.12 online documentation
- [69] V. Birtel et P. Mark, "Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure," ABAQUS users' conference, 2006, p. 95-108.
- [70] S. A. Tabatabaei et S. V. Lomov, "Eliminating the volume redundancy of embedded elements and yarn interpenetrations in meso-finite element modelling of textile composites," *Computers & Structures*, vol. 152, p. 142-154, 2015.
- [71] S. Lejeunes et S. Bourgeois, "Une Toolbox Abaqus pour le calcul de propriétés effectives de milieux hétérogènes," 10e colloque national en calcul des structures, Giens, France, 2011.
- [72] F. T. Peirce, "The Geometry of Cloth Structure," *Journal of the Textile Institute Transactions*, vol. 28, n°. 3, p. T45-T96, 1937.
- [73] S. T. Peters, *Handbook of Composites*: Springer US, 2013.
- [74] J. Schindelin *et al.*, "Fiji: an open-source platform for biological-image analysis," *Nature methods*, vol. 9, n°. 7, p. 676, 2012.
- [75] C. T. Rueden *et al.*, "ImageJ2: ImageJ for the next generation of scientific image data," *BMC Bioinformatics*, vol. 18, n°. 1, p. 529, 2017.
- [76] S. Belongie, "Rodrigues' rotation formula," *From MathWorld—A Wolfram Web Resource*, 1999.
- [77] "Tenax filament yarn Product Data Sheet," éd. Teijin.

- [78] C. C. Chamis, "Simplified composite micromechanics equations for hygral, thermal and mechanical properties," NASA, 1983.
- [79] R. Roy, J. Kweon et J. Choi, "Meso-scale finite element modeling of Nomex<sup>TM</sup> honeycomb cores," *Advanced Composite Materials*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 1, p. 17-29, 2014.
- [80] "Kevlar Aramid Fiber Technical Guide," éd. Dupont.
- [81] M. Akonda *et al.*, "Mechanical properties of recycled carbon fibre/polyester thermoplastic tape composites," *Journal of Composite Materials*, vol. 51, n<sup>o</sup>. 18, p. 2655-2663, 2017.
- [82] E. J. Barbero, *Introduction to composite materials design*: CRC press, 2017.
- [83] S. A. Tabatabaei, S. V. Lomov et I. Verpoest, "Embedded element method in meso-finite element modeling of textile composites," *CompTest 2013-Book of Abstracts*, p. 25, 2013.
- [84] B. Burgarella. (2018) PyLocalCsys (version 1.0). <http://doi.org/10.5281/zenodo.1467342>
- [85] S. Bourgeois et S. Lejeunes, "Numerical homogenization of heterogeneous media and periodic beams and plates: a simple formulation to drive the FE-computations of the RVE's problems," Workshop MIST 2015: Friction, Fracture, Failure, 2015.
- [86] H. Temmen, R. Degenhardt et T. Raible, "Tailored fibre placement optimization tool," 2006.

## ANNEXE A – CALCUL DU TENSEUR D'ESHELBY

Le tenseur d'Eshelby est très utilisé dans le calcul d'homogénéisation. Celui-ci permet de faire la relation entre la déformation libre et la déformation sous contrainte d'une inclusion. Il est exprimé sous la forme :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^c = \boldsymbol{S}^E : \boldsymbol{\varepsilon}^* \quad (\text{A.1})$$

où  $\boldsymbol{S}^E$  est le tenseur d'Eshelby,  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  la déformation libre de l'inclusion et  $\boldsymbol{\varepsilon}^c$  la déformation sous contrainte. Cette relation peut s'exprimer sous la forme :

$$\varepsilon_{in}(x) = -\frac{1}{2} C_{jklm} \left[ \int_V \frac{\partial G_{ij}}{\partial x_k \partial x_n} (x - x') dV' + \int_V \frac{\partial G_{nj}}{\partial x_k \partial x_i} (x - x') dV' \right] \varepsilon_{lm}^* \quad (\text{A.2})$$

où  $\boldsymbol{C}$  est le tenseur de rigidité de la matrice et  $G$  est la fonction de Green reliant le déplacement au point  $x$  à une force au point  $x'$ . En effectuant un changement de variable d'une inclusion ellipsoïde à sphérique nous obtenons l'expression suivante pour le tenseur d'Eshelby :

$$S_{ijkl}^E = \frac{C_{mnkl}^0}{8\pi} \int_{-1}^{+1} d\zeta_3 \int_0^{2\pi} [G_{imjn}(\bar{\xi}) + G_{imjn}(\bar{\xi})] d\omega \quad (\text{A.3})$$

où :

$$G_{ijkl}(\bar{\xi}) = \bar{\xi}_k \bar{\xi}_l \frac{N_{ij}(\bar{\xi})}{D(\bar{\xi})} \quad (\text{A.4})$$

$$N_{ij}(\bar{\xi}) = \frac{1}{2} \epsilon_{ikl} \epsilon_{jmn} K_{km} K_{ln} ; \quad D(\bar{\xi}) = \det(K) ; \quad K_{ik} = C_{ijkl}^0 \bar{\xi}_j \bar{\xi}_l$$

$$\bar{\xi}_i = \frac{\zeta_i}{a_i} ; \quad \zeta_1 = \sqrt{1 - \zeta_3^2} \cos \omega ; \quad \zeta_2 = \sqrt{1 - \zeta_3^2} \sin \omega$$

où  $a_i$  sont les axes principaux de l'ellipsoïde et  $\epsilon_{ijk}$  est le tenseur de permutation donné par :

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{Si } i = j, i = k \text{ ou } j = k \\ 1 & \text{si } (i, j, k) \in [(1,2,3), (2,3,1), (3,1,2)] \\ -1 & \text{si } (i, j, k) \in [(1,3,2), (3,2,1), (2,1,3)] \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Les intégrales de l'équation A.3 peuvent être évaluées numériquement à l'aide de la méthode d'intégration de Gauss selon :

$$S_{ijkl}^E = \frac{C_{mnkl}^0}{8\pi} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q [G_{imjn}(\omega_q, \zeta_{3p}) + G_{jmin}(\omega_q, \zeta_{3p})] W_{pq} \quad (\text{A.6})$$

où  $P$  et  $Q$  sont le nombre de points de Gauss pour les variables  $\zeta_3$  et  $\omega$  respectivement et  $W_{pq}$  sont les points de pondération associés.

## ANNEXE B – ANALYSES DE CONVERGENCE

Une analyse de convergence a été effectuée afin de déterminer le nombre de divisions minimum nécessaire pour les simulations avec le modèle analytique sur le VER utilisé dans cette étude. La Figure B.6.1 illustre la convergence du modèle analytique avec le modèle Lielens-Voigt en omettant les fils de couture représentant le VER utilisé pour la comparaison avec le modèle d'éléments finis. La Figure B.6.2 illustre la convergence du modèle analytique avec le modèle Lielens-Voigt en incluant les fils de couture ce qui correspond au VER utilisé pour la comparaison avec les essais mécaniques. Il peut être observé que dans les deux cas la convergence est obtenue avec un nombre de divisions de 100. Ainsi, un nombre de divisions supérieur ou égal à 100 devra être utilisé pour les calculs.

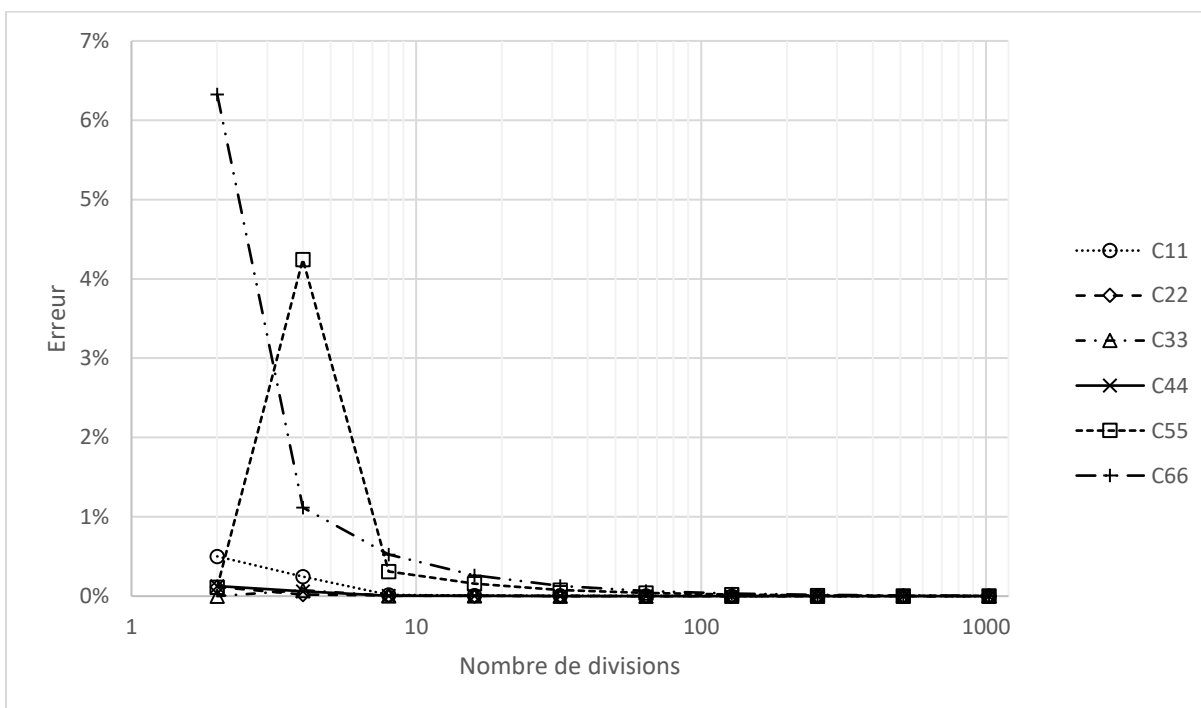


Figure B.6.1 : Convergence des termes de la diagonale du tenseur de rigidité de la solution analytique avec le modèle de Lielens-Voigt sans fils de couture



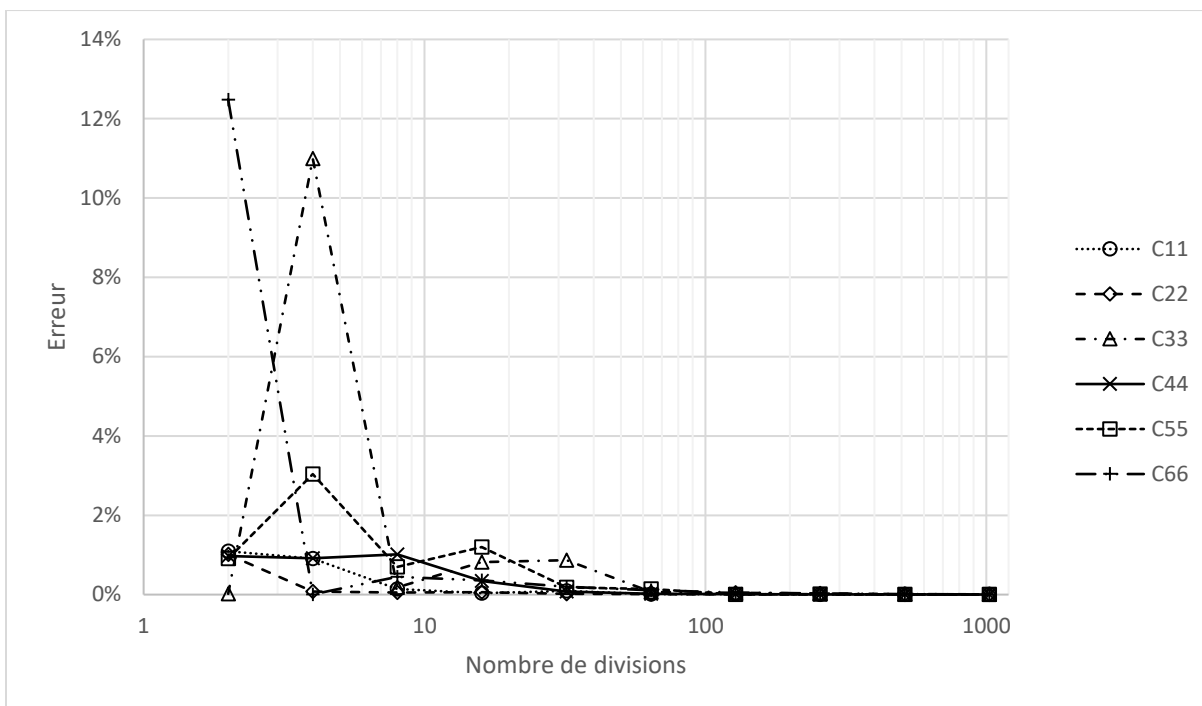


Figure B.6.2 : Convergence des termes de la diagonale du tenseur de rigidité de la solution analytique avec le modèle de Lielens-Voigt avec fils de couture

## ANNEXE C – HOMOGÉNÉISATION MICROSCOPIQUE

Un modèle d'homogénéisation microscopique a été utilisé afin de vérifier la validité du modèle avec les éléments imbriqués. Un modèle d'homogénéisation par la méthode des éléments finis utilisant un maillage conventionnel a donc été utilisé à titre de référence.

### Propriétés des constituants

Les propriétés mécaniques utilisées pour les simulations par la méthode des éléments finis sont les mêmes que celles utilisées pour le calcul analytique. Le tenseur de rigidité de la fibre de carbone  $\mathbf{C}^f$  ainsi que celui de la matrice époxyde  $\mathbf{C}^m$  utilisés sont présentés ci-dessous :

$$\mathbf{C}^f = \begin{bmatrix} 221,409 & 3,522 & 3,522 & 0 & 0 & 0 \\ 3,522 & 14,639 & 2,973 & 0 & 0 & 0 \\ 3,522 & 2,973 & 14,639 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11,667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 18,000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18,000 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1a})$$

$$\mathbf{C}^m = \begin{bmatrix} 4,815 & 2,593 & 2,593 & 0 & 0 & 0 \\ 2,593 & 4,815 & 2,593 & 0 & 0 & 0 \\ 2,593 & 2,593 & 4,815 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,222 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,222 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1b})$$

De plus, un tenseur de rigidité corrigé des fibres de carbone imbriqués,  $\mathbf{C}_{emb}^f$ , a été obtenu par la soustraction du tenseur de la matrice à celui de la fibre :

$$\mathbf{C}_{emb}^f = \begin{bmatrix} 216,594 & 0,930 & 0,930 & 0 & 0 & 0 \\ 0,930 & 9,825 & 0,380 & 0 & 0 & 0 \\ 0,930 & 0,380 & 9,825 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,444 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 15,778 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15,778 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

### **Paramètres de modélisation**

Le VER utilisé pour les homogénéisations microscopiques est présenté sur la Figure C.6.3. Le VER est de type hexagonal avec un taux de compaction de 70%. Les deux VER ont été maillés à l'aide d'éléments brique quadratiques (C3D20R). Une taille d'élément de  $4e^{-4}$  a été sélectionnée pour le maillage. Le maillage a été généré par extrusion afin d'assurer la périodicité de celui-ci. Une condition limite de type périodique (PBC) a été appliquée sur les nœuds de chacune des faces à l'aide de contraintes sur les conditions limites. Un module d'extension d'ABAQUS (Homtools, LMA-CNRS [71]) a été utilisé pour la génération des équations de contrainte. Tel qu'illustré dans le

Tableau 5.4 une déformation unidirectionnelle de 0,1% a été utilisée afin d'imposer le chargement pour les six différents cas. Cette déformation a été induite en imposant un déplacement sur les trois points de référence (RP-i) créé pour la génération des équations de contrainte de Homtools. Un exemple du maillage avec équations de contrainte et points de référence peut être observé à la Figure C.6.4.

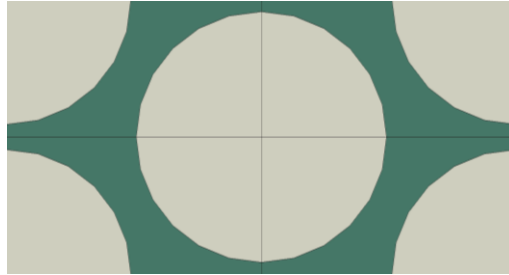


Figure C.6.3 : VER hexagonal périodique avec taux volumique de fibre de 70%

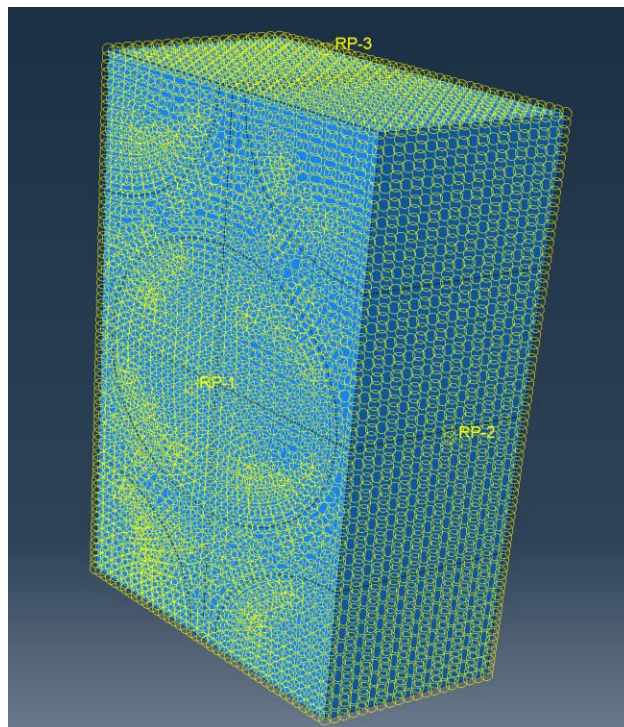
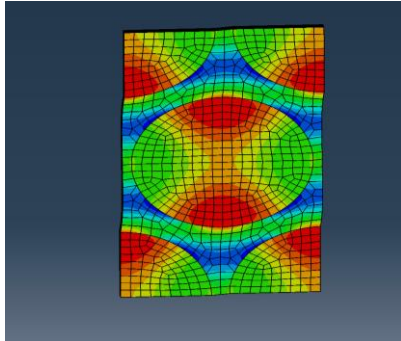


Figure C.6.4 : Équations de contrainte périodiques (points jaunes) et points de référence (RP-1 à 3) permettant d'imposer le chargement sur le VER

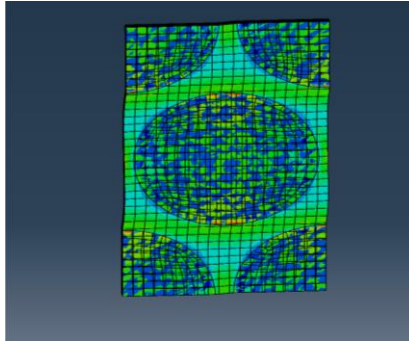
### 6.1.1.1 Résultats de l'homogénéisation microscopique

Un exemple de la distribution de contrainte après déformation pour le cas de chargement 6 ( $\varepsilon_{23} = 0,001$ ) est illustré à la Figure C.6.5. La géométrie déformée ainsi que la distribution des contraintes est très similaire dans les deux cas. Cependant, la contrainte maximale obtenue par la méthode des éléments imbriqués semble être légèrement supérieure à celle obtenue par la méthode classique.

a) Classique



b) Imbriqués



c) Imbriqués sans matrice

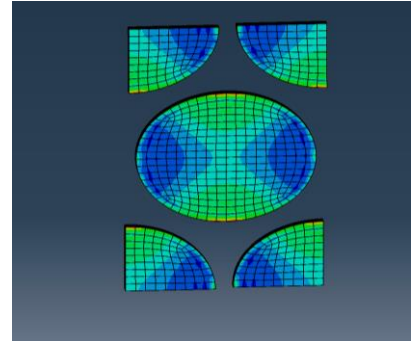


Figure C.6.5 : Distribution de contraintes pour le cas de chargement  $\varepsilon_{23}$  pour a) la méthode classique, b) la méthode avec éléments imbriqués et c) la méthode avec éléments imbriqués sans matrice

Le post-traitement des résultats a été fait en utilisant les forces de réaction aux points de référence tel que suggéré par Bourgeois et Lejeunes [85]. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau C.6.1. Une bonne corrélation entre les résultats de la méthode classique et la méthode avec éléments imbriqués peut être observée. La méthode semble donner des résultats similaires pour les termes de traction ( $C_{11}$ ,  $C_{22}$  et  $C_{33}$ ) et de couplage traction-traction ( $C_{12}$ ,  $C_{13}$  et  $C_{23}$ ) avec un écart maximum observé est de 1,16% pour  $C_{33}$  et de 1,12% pour  $C_{23}$ . Un plus grand écart peut être observé pour les termes de cisaillement ( $C_{44}$ ,  $C_{55}$  et  $C_{66}$ ) avec un écart maximum de 3,33% pour  $C_{55}$ . Cependant, cet écart a été jugé acceptable pour le développement d'un outil de design.

Tableau C.6.1 : Comparaison des résultats obtenus par MÉF classique, avec éléments imbriqués ainsi que les bornes de Voigt et Reuss

Éléments du tenseur	MÉF Classique (GPa)	MÉF Imbriqués (GPa)	Différence classique vs imbriqués (%)
C <sub>11</sub>	156,409	156,341	0,04
C <sub>22</sub>	9,717	9,829	1,15
C <sub>33</sub>	9,470	9,580	1,16
C <sub>12</sub>	3,103	3,107	0,13
C <sub>13</sub>	3,080	3,084	0,12
C <sub>23</sub>	3,262	3,226	1,12
C <sub>44</sub>	6,050	6,184	2,21
C <sub>55</sub>	7,388	7,633	3,33
C <sub>66</sub>	7,942	8,187	3,09

## ANNEXE D– PARAMÈTRES DE MODÉLISATION DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS TESTÉES

Tableau D.1 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-4-NS variable

<b>PES-4-NS Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
4	0.594	0.010	0	0	0.26	0.17
3	0.587	0.020	0	0	0.51	0.17
2	0.561	0.030	0	0	0.51	0.17
1	0.483	0.041	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.051	0.289	0	n/a	n/a
Moyenne	50.6%	2.8%	2.6%	0%	0.38	0.17



Tableau D.6.2 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-4-NS constant

<b>PES-4-NS Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
4	0.581	0.028	0	0	0.26	0.17
3	0.581	0.028	0	0	0.51	0.17
2	0.581	0.028	0	0	0.51	0.17
1	0.581	0.028	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.028	0.289	0	n/a	n/a
Moyenne	50.6%	2.8%	2.6%	0%	0.38	0.17

Tableau D.6.3 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-8-NS variable

<b>PES-8-NS Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.532	0.009	0	0	0.26	0.17
7	0.531	0.019	0	0	0.51	0.17
6	0.514	0.028	0	0	0.26	0.17
5	0.523	0.038	0	0	0.51	0.17
4	0.540	0.047	0	0	0.51	0.17
3	0.513	0.057	0	0	0.26	0.17
2	0.477	0.066	0	0	0.51	0.17
1	0.384	0.076	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.085	0.271	0.032	n/a	n/a
Moyenne	45.6%	4.7%	2.4%	0.3%	0.38	0.17

Tableau D.6.4 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-8-NS constant

<b>PES-8-NS Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.514	0.047	0	0	0.26	0.17
7	0.514	0.047	0	0	0.51	0.17
6	0.514	0.047	0	0	0.26	0.17
5	0.514	0.047	0	0	0.51	0.17
4	0.514	0.047	0	0	0.51	0.17
3	0.514	0.047	0	0	0.26	0.17
2	0.514	0.047	0	0	0.51	0.17
1	0.414	0.047	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.047	0.271	0.032	n/a	n/a
Moyenne	45.6%	4.7%	2.4%	0.3%	0.38	0.17

Tableau D.6.5 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-4-P variable

<b>PES-4-P Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
4	0.620	0.011	0	0	0.26	0.17
3	0.566	0.021	0	0	0.26	0.17
2	0.564	0.032	0	0	0.26	0.17
1	0.524	0.043	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.053	0.305	0.072	n/a	n/a
Moyenne	51.7%	2.9%	2.7%	0.7%	0.26	0.17

Tableau D.6.6 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-4-P constant

<b>PES-4-P Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
4	0.593	0.029	0	0	0.26	0.17
3	0.593	0.029	0	0	0.26	0.17
2	0.593	0.029	0	0	0.26	0.17
1	0.493	0.029	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.029	0.305	0.072	n/a	n/a
Moyenne	51.7%	2.9%	2.7%	0.7%	0.26	0.17

Tableau D.6.7 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-8-Pvariable

<b>PES-8-P Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.563	0.010	0	0	0.26	0.17
7	0.538	0.020	0	0	0.26	0.17
6	0.556	0.030	0	0	0.26	0.17
5	0.559	0.039	0	0	0.26	0.17
4	0.555	0.049	0	0	0.26	0.17
3	0.518	0.059	0	0	0.26	0.17
2	0.473	0.069	0	0	0.26	0.17
1	0.393	0.079	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.089	0.281	0.033	n/a	n/a
Moyenne	47.3%	4.8%	2.5%	0.3%	0.26	0.17

Tableau D.6.8 : Paramètres de modélisation de l'échantillon PES-8-P constant

<b>PES-8-P Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
7	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
6	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
5	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
4	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
3	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
2	0.533	0.048	0	0	0.26	0.17
1	0.433	0.048	0	0	0.26	0.17
Nœuds	0	0.048	0.281	0.033	n/a	n/a
Moyenne	47.3%	4.8%	2.5%	0.3%	0.26	0.17

Tableau D.6.9 : Paramètres de modélisation de l'échantillon Nomex-8-P variable

<b>Nomex-8-P Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.554	0.010	0	0	0.27	0.18
7	0.546	0.020	0	0	0.27	0.18
6	0.529	0.030	0	0	0.27	0.18
5	0.541	0.039	0	0	0.27	0.18
4	0.557	0.049	0	0	0.27	0.18
3	0.530	0.059	0	0	0.27	0.18
2	0.497	0.069	0	0	0.27	0.18
1	0.408	0.079	0	0	0.27	0.18
Nœuds	0	0.089	0.281	0.033	n/a	n/a
Moyenne	47.3%	4.8%	2.5%	0.3%	0.27	0.18

Tableau D.6.10 : Paramètres de modélisation de l'échantillon Nomex-8-P constant

<b>Nomex-8-P Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
7	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
6	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
5	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
4	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
3	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
2	0.533	0.048	0	0	0.27	0.18
1	0.433	0.048	0	0	0.27	0.18
Nœuds	0	0.048	0.281	0.033	n/a	n/a
Moyenne	47.3%	4.8%	2.5%	0.3%	0.27	0.18



Tableau D.6.11 : Paramètres de modélisation de l'échantillon Kevlar-8-P variable

<b>Kevlar-8-P Variable</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.545	0.006	0	0	0.23	0.15
7	0.548	0.012	0	0	0.23	0.15
6	0.534	0.018	0	0	0.23	0.15
5	0.548	0.024	0	0	0.23	0.15
4	0.567	0.030	0	0	0.23	0.15
3	0.544	0.036	0	0	0.23	0.15
2	0.512	0.042	0	0	0.23	0.15
1	0.422	0.048	0	0	0.23	0.15
Nœuds	0	0.054	0.193	0.034	n/a	n/a
Moyenne	48.0%	2.9%	1.7%	0.3%	0.23	0.15

Tableau D.6.12 : Paramètres de modélisation de l'échantillon Kevlar-8-P constant

<b>Kevlar-8-P Constant</b>						
Couche	V <sub>f</sub> Carbone	V <sub>f</sub> Fil de fixation	V <sub>f</sub> Fil de canette	V <sub>f</sub> Voile	A <sub>in</sub> (mm)	A <sub>out</sub> (mm)
8	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
7	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
6	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
5	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
4	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
3	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
2	0.541	0.029	0	0	0.23	0.15
1	0.441	0.029	0	0	0.23	0.15
Nœuds	0	0.029	0.193	0.034	n/a	n/a
Moyenne	48.0%	2.9%	1.7%	0.3%	0.23	0.15